

فصل دوم

تبدیل‌های هندسی

و کاربردها

درس اول

تبدیل‌های هندسی

در این فصل وضعیت‌های مختلفی را که هر شکل مشخص در اثر حرکت مجموعه نقاط در صفحه پیدا می‌کند، مطالعه و بررسی خواهیم کرد. این حرکت‌ها می‌تواند دارای ویژگی‌های خاص قابل تعریف باشد.

تعریف

تبدیل T در صفحه تابعی است که به هر نقطه A از صفحه P دقیقاً یک نقطه مانند A' را از همان صفحه نظیر می‌کند و برعکس، هر نقطه A' از صفحه P تصویر دقیقاً یک نقطه A از همان صفحه است.

اگر تبدیل را به حرف T نمایش دهیم به اختصار چنین می‌نویسیم:

$$T: P \rightarrow P$$

$$T(A) = A'$$

تبدیل‌های مطرح شده در کتاب درسی هندسه ۲ می‌توانند موقعیت (poition) یا جایگاه شکل در صفحه) یا اندازه شکل (size) را تغییر دهند. تبدیل یافته یک شکل را تصویر آن شکل می‌نامیم.

تبدیل‌هایی که قرار است بررسی کنیم می‌توانند سه اثر مهم بر شکل بگذارند:

- ۱- شکل را جابه‌جا کنند.
- ۲- شکل را بچرخانند.
- ۳- ابعاد شکل را تغییر دهند.

تبدیل‌های مورد بررسی در این کتاب ممکن است یک، دو یا هر سه اثر فوق را روی شکل داشته باشند اما تغییر شکل دیگری در شکل ایجاد نمی‌کنند به عبارت دیگر ماهیت شکل تغییر نمی‌کند.

تعریف تبدیل ایزومتري

تبدیلی که طول (اندازه) تمام پاره‌خط‌های صفحه را ثابت نگه می‌دارد و تغییر نمی‌دهد را ایزومتري یا طولپا می‌نامند.

به عبارتی اگر T تبدیلی طولپا باشد و $T(A) = A'$ و $T(B) = B'$

$$AB = A'B' \text{ آنگاه}$$

تبدیل ایزومتري ابعاد و اندازه یک شکل را تغییر نمی‌دهد بنابراین یک شکل هندسی و تصویرش، تحت تبدیل ایزومتري همنهشت هستند.

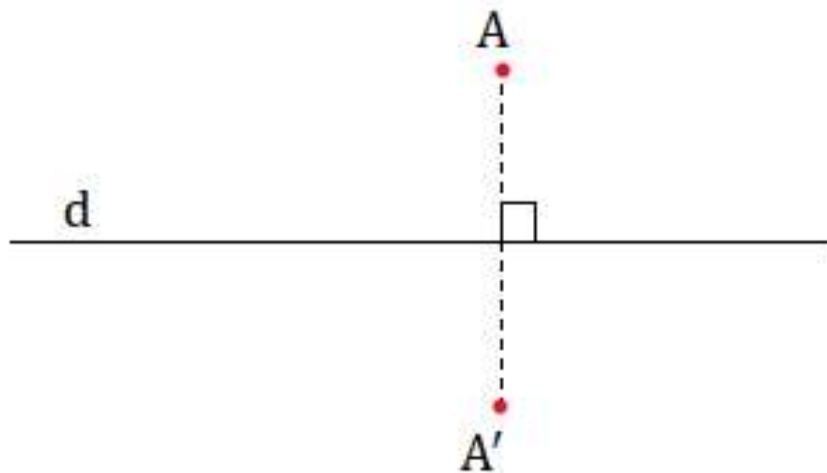
مثال: نان دهید که هر تبدیل ایزومتري اندازه زاویه را حفظ می کند.

نتیجه

در هر تبدیل طولیا (ایزومتري) تبدیل یافته هر زاویه، زاویه ای هم اندازه با آن است.

بازتاب

برای پیدا کردن بازتاب یک نقطه مانند A نسبت به خط d باید از نقطه A به خط داده شده عمودی رسم کنیم و پای عمود را H بنامیم. سپس AH را از سمت H به اندازه خودش امتداد دهیم تا نقطه A' به دست آید. در این صورت A' را بازتاب یا قرینه A نسبت به خط d می‌نامیم و می‌نویسیم: $S(A) = A'$.
در این حالت خط d عمود منصف پاره خط AA' است. خط d بازتاب یا محور بازتاب نامیده می‌شود.



اگر نقطه‌ای روی خط بازتاب باشد تصویرش بر خودش منطبق است به عبارت دیگر: $S(A) = A$

تعریف

در هر تبدیل، نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن بر خودش منطبق است
نقطه ثابت تبدیل می نامند.

بازتاب نسبت به خط چند نقطه ثابت تبدیل دارد؟

- (۱) هیچ نقطه (۲) یک نقطه (۳) دو نقطه (۴) بیشمار نقطه

مثال: حالت‌های مختلف یک پاره‌خط را نسبت به خط بازتاب d در نظر بگیرید و ثابت کنید که بازتاب تبدیلی طولپا است.

مثال: حالت‌های مختلف یک خط را نسبت به خط بازتاب d در نظر بگیرید و بررسی کنید که آیا بازتاب شیب خط را حفظ می‌کند؟

نتیجه

در حالت کلی بازتاب شیب خط را حفظ نمی‌کند.

خواص تبدیل بازتاب

- ۱- بازتاب ایزومتری (طولپا) است.
- ۲- بازتاب شیب خط را حفظ نمی‌کند مگر در حالتی که خط موازی با محور بازتاب یا عمود بر آن باشد.
- ۳- در بازتاب شکل و تصویرش هم‌جهت نیستند.
- ۴- در انتقال اندازه زاویه‌ها تغییر نمی‌کند.
- ۵- در انتقال شکل و تصویرش هم‌نهشت هستند.