

## سورها

گزاره‌نماهای زیر را در نظر بگیرید.

(الف)  $x$  عددی اول است (دامنه اعداد زوج).

(ب)  $x + \frac{1}{x} \geq 2$  (دامنه اعداد حقیقی مثبت)

در گزاره‌نمای «الف» فقط به ازای  $x = 2$ ، گزاره‌نما تبدیل به گزاره‌ای درست می‌شود پس می‌توانیم بگوییم بعضی از عددهای زوج، اول هستند.

گزاره‌نمای «ب» به ازای هر عدد حقیقی مثبت همواره درست است پس می‌توانیم بگوییم به ازای هر عدد حقیقی مثبت  $x + \frac{1}{x} \geq 2$  است.

عبارت‌هایی مانند «هر»، «به ازای هر»، «به ازای بعضی مقادیر» به سور معروف‌اند.

**تذکر:** در هر گزاره سوری که شامل متغیر است، دامنه متغیر باید مشخص باشد.

برای بیان عبارت‌ها با استفاده از نمادهای ریاضی به جای «به ازای هر» یا «به ازای همه مقادیر» از نماد  $\forall$  و به جای «وجود دارد» یا «به ازای بعضی از مقادیر» از نماد  $\exists$  استفاده می‌کنیم.

سور عمومی:  $\forall$       سور وجودی:  $\exists$

## کار در کلاس:

جدول زیر را کامل کنید.

عبارت با زبان طبیعی	عبارت با زبان ریاضی
به ازای هر عدد حقیقی $x$ داریم: $x^2 \geq 0$	$\forall x \in \mathbb{R}; x^2 \geq 0$
	$\forall a \in E; a = 2k (k \in \mathbb{Z})$
	$\exists p \in P; p = 2k (k \in \mathbb{Z})$
بعضی از اعداد فرد، عدد اول هستند.	

مجموعه اعداد زوج:  $E$

مجموعه اعداد فرد:  $O$

مجموعه اعداد اول:  $P$

**مثال:** کدامیک از عبارتهای زیر، گزارههایی درست هستند؟

(ب)  $\forall x \in \mathbb{R}; \tan x \times \cot x = 1$

(الف) به ازای هر  $x \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{x(x+1)}{2} \in \mathbb{Z}$

**مثال:** کدامیک از عبارتهای زیر درست هستند؟

(ب)  $\exists x \in \mathbb{Q}'; x^2 \in \mathbb{Q}$

(الف)  $\exists x \in \mathbb{Z}; |x| - 1 < 0$

(د)  $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x + 1} = x - 1$

(ج)  $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + 1 = 0$

## کار در کلاس:

درستی یا نادرستی گزاره‌های سوری زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) هر عدد اول، فرد است.

ب)  $\exists x \in \mathbb{N} , 2x^2 + 3x + 1 = 0$

پ)  $\exists x \in \mathbb{Z} ; 2x^2 + 3x + 1 = 0$

ت) به ازای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $n!$  عددی گویاست.

ث) در آمار، هر متغیر ترتیبی یک متغیر کیفی است.

ج) در احتمال، هر مجموعه پیشامد زیرمجموعه فضای نمونه است.

چ) در فضای نمونه  $S$ ، پیشامدی مانند  $A$  وجود دارد به طوری که  $p(A) > 1$

ح) هر معادله درجه دوم، حداقل یک ریشه حقیقی دارد.

نقیض گزاره‌های سوری:

$$\sim (\forall x ; p(x)) \equiv \exists x ; \sim p(x)$$

**الف) نقیض گزاره‌های سور عمومی:**

به طور مثال نقیض گزاره «هر آسیایی، ایرانی است.» برابر است با: بعضی از آسیایی‌ها، ایرانی نیستند.

$$\sim (\exists x ; p(x)) \equiv \forall x ; \sim p(x)$$

**ب) نقیض گزاره‌های سور وجودی:**

**مثال:** ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید و سپس نقیض هر یک را بنویسید.

الف)  $\forall x \in \mathbb{R} ; x^2 > 0$

ب)  $\exists y \in \mathbb{R} ; y < 0 \wedge y^2 \leq 1$

پ)  $\forall a \in \mathbb{P} ; a > 2 \Rightarrow a \in \mathbb{O}$

## گزاره‌های دو سوری:

به گزاره‌هایی که نمایش ریاضی آن‌ها با به کارگیری دو سور امکان‌پذیر باشد، گزاره‌های دو سوری می‌گوییم.

**مثال:** گزاره‌های دو سوری زیر را به صورت نمایش ریاضی بنویسید و ارزش آن‌ها را تعیین کنید.

(الف) به ازای هر عدد حقیقی، عدد حقیقی دیگری وجود دارد که حاصل ضرب آن‌ها برابر با یک است.

(ب) به ازای هر عدد گنگ  $x$ ، عدد گویایی مانند  $y$  وجود دارد به طوری که اگر  $x + y$  گویا باشد، آن‌گاه  $x - y$  گویا است.

## نقیض گزاره‌های دو سوری:

$$\sim [\forall x \forall y ; p(x, y)] \equiv \exists x \exists y ; \sim p(x, y)$$

$$\sim [\forall x \exists y ; p(x, y)] \equiv \exists x \forall y ; \sim p(x, y)$$

$$\sim [\exists x \forall y ; p(x, y)] \equiv \forall x \exists y ; \sim p(x, y)$$

$$\sim [\exists x \exists y ; p(x, y)] \equiv \forall x \forall y ; \sim p(x, y)$$

**تمرین:**

**۱- در جاهای خالی عدد، علامت و یا عبارت مناسب قرار دهید، به طوری که گزاره‌های حاصل دارای ارزش درست باشند.**

الف)  $(0/1)^5 \square (0/1)^3$       ب) اگر  $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ،  $\sin \alpha \square \cos \alpha$

پ) نمودار تابع  $y = x^2$  از نقطه  $(, )$  می‌گذرد.      ت)  $-(x - 4)^2 \square 0$

ث)  $y^2 = x^2$  تابع .....      ج) اگر  $x^2 = a$  آن‌گاه  $x = \square$

**۲- نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.**

الف) اگر  $0 < x < 1$ ، آن‌گاه  $x^2 < x$       ب) ابوالوفا محمد بوزجانی، ریاضی‌دان است.

پ)  $a \in \{b, c, d\}$       ت) ۲ عددی زوج است یا عدد  $\pi$  گویاست.

**۳- ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید.**

الف)  $(2 < 3) \wedge (4 + 3 = 10)$       ب)  $(5 > 3) \vee ((-1)^2 + 1 = 0)$       پ)  $(\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$

ت) اگر عدد ۴ فرد باشد، آن‌گاه ۴ مربع کامل نیست.      ث) ۲ عدد اول نیست، اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل است.

ج)  $2 > 3 \Leftrightarrow -2 < -3$       چ) اگر  $a \in \{b\}$  آن‌گاه  $a = b$  و برعکس.