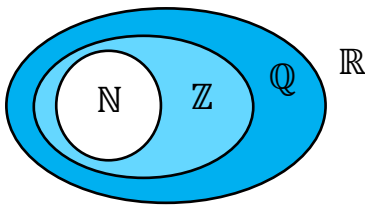


## مجموعه‌های متناهی و نامتناهی



اعداد طبیعی (N) ←  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

اعداد حسابی (W) ←  $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

اعداد صحیح (Z) ←  $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

اعداد گویا (Q) ←  $\mathbb{Q} = \{\frac{m}{n} | m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\}$

اعداد گنگ (اصم) (Q') : مجموعه اعدادی که نتوان آنها را به صورت نسبت

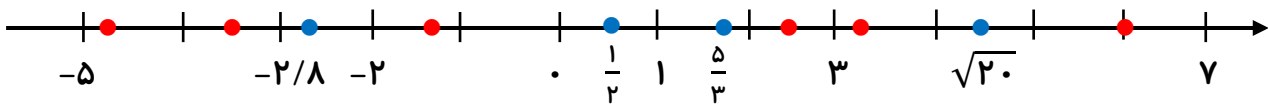
دو عدد صحیح نمایش داد.

مجموعه اعداد

**مثال:** هر یک از اعداد داده شده را در یکی از جاهای مشخص شده روی محور بنویسید.

کدام یک از این شش عدد گنگ اند؟ زیر آنها خط بکشید.

$$2/45, \frac{-7}{2}, 6, -4/9, \pi, -\sqrt{2}$$

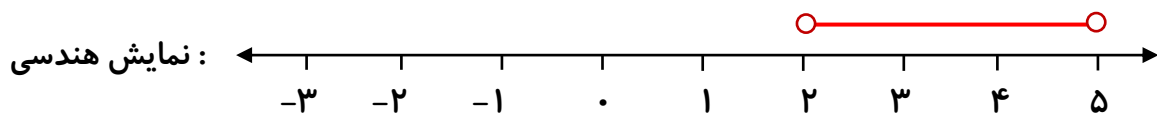


**بازه‌ها**

**بازه باز:** شامل خود اعداد نمی‌شود.

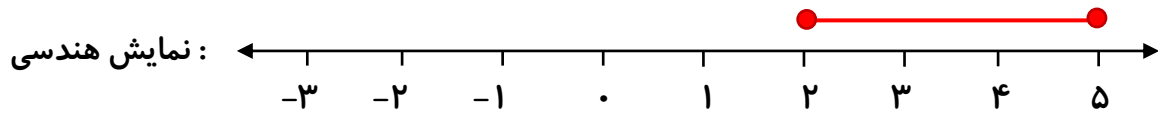
$$(2, 5): \{x \in \mathbb{R} | 2 < x < 5\}$$

**مثال:**



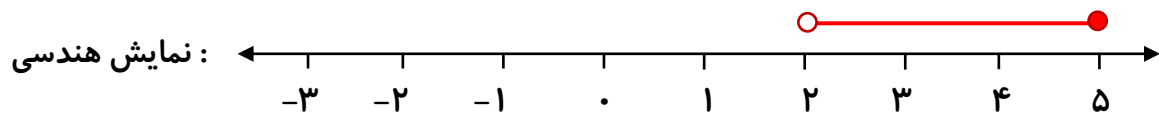
**بازه بسته:** شامل خود عدد می‌شود.

$$[۲, ۵]: \{x \in \mathbb{R} \mid ۲ \leq x \leq ۵\}$$



**بازه نیم باز:** از یک طرف باز و از یک طرف بسته است.

$$(۲, ۵]: \{x \in \mathbb{R} \mid ۲ < x \leq ۵\}$$



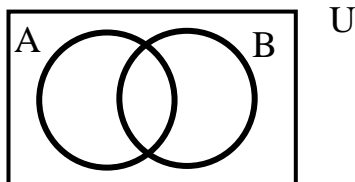
**نکته :** مفهوم اجتماع، اشتراک و تفاضل

اجتماع ( $\cup$ ): همه چیزهایی که در مجموعه‌ها داریم.

اشتراک ( $\cap$ ): چیزهایی مشترکی که در مجموعه‌ها داریم.

تفاضل ( $-$ ): چیزهایی که در اولی (سمت چپ) هست ولی در دومی (سمت راست) نیست.

**نمایش روی نمودار ون**



### مثال:

۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف)  $\frac{4}{3} \in \left[\frac{1}{2}, 2\right)$

ب)  $-2 \in (-2, 0]$

پ)  $0 \in (-2, 0]$

ت)  $-2 \in \{-2, 0\}$

ث)  $-1 \in \{-2, 0\}$

ج)  $[-1, 2] \subseteq (-1, 2)$

چ)  $\{0, 1\} \subseteq [-1, 2)$

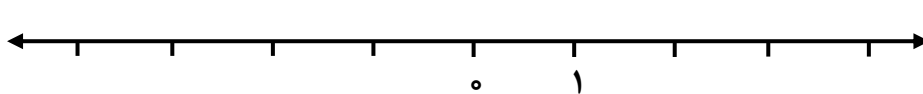
ح)  $\emptyset \subseteq (-17, 0]$

خ)  $[2, 5) = (2, 5]$

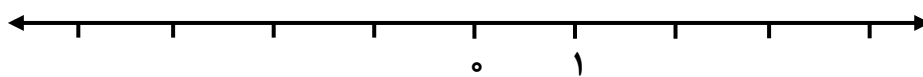
خ)  $[2, 5) = (2, 5]$

د)  $\sqrt{2} \in (0, 1)$

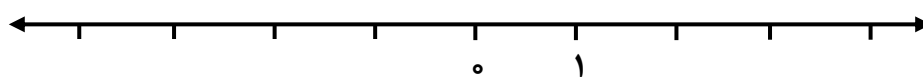
۲- نمایش هندسی دو بازه  $A = (-4, 2]$  و  $B = (-1, 3]$  را روی محور زیر رسم کنید و سپس حاصل عبارتهای زیر را بنویسید.



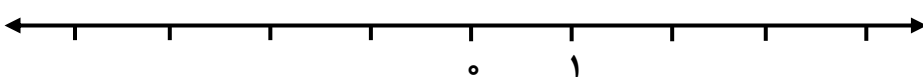
الف)  $A \cap B$



ب)  $A \cup B$



پ)  $A - B$



ت)  $B - A$

### مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه‌هایی مانند  $A$  را که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی است، مجموعه‌های متناهی می‌نامیم.

مجموعه‌هایی مانند  $A$  را که تعداد اعضای را نمی‌توانیم بشماریم، مجموعه‌های نامتناهی می‌نامیم.

**مثال:** مجموعه‌های زیر را روی محور نشان دهید.

$$A = (-\infty, 2]$$

$$B = (-4, +\infty)$$

**مثال:**

۱- فرض کنید  $U$  مجموعه تمام مضرب‌های طبیعی عدد ۵ باشد.

الف)  $U$  را با نمایش اعضای آن بنویسید.

ب)  $U$  متناهی است یا نامتناهی؟

پ) یک زیر مجموعه متناهی از  $U$  بنویسید.

ت) دو زیر مجموعه نامتناهی مانند  $C$  و  $D$  از  $U$  بنویسید، به طوری که  $C \subseteq D$

۲- متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.  
الف) مجموعه اعداد طبیعی .

ب) مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۶ .

پ) بازه  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

ت)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 2\}$

ث) مجموعه ضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰ .

**نکته:** تو بعضی سوالات ممکنه ابتدا فکر کنیم نامتناهی است. ولی با فکر کردن می‌بینیم تعداد اعضای آن خیلی زیاد است ولی نامتناهی نیست.

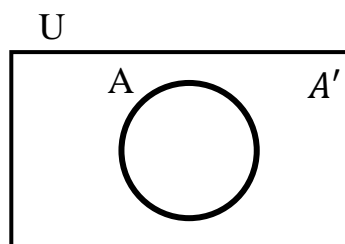
مثلا: تعداد درخت های جنگل آمازون

**متمم یک مجموعه**

مجموعه مرجع (U): مجموعه‌ای که شامل همه چی هست.

متمم ('): متمم یک مجموعه یعنی کل مرجع (U) بجز اون مجموعه (مثلا A) :

$$A' = U - A$$



**مثال ۱:**

$U$  مجموعه مرجع و  $A$  زیر مجموعه دلخواهی از آن می باشد. طرف دوم تساوی های زیر را بنویسید.

$$\emptyset' = \quad U' = \quad A \cup A' = \quad A \cap A' =$$


---

**مثال ۲:**

اگر مرجع را به صورت مقابل تعریف کنیم:

$$U = (-100, +100)$$

و مجموعه های  $A$  و  $B$  را نیز به صورت روبرو تعریف کنیم.

$$A = (-20, +30)$$

$$B = (-10, 40)$$

هر یک از عبارت های زیر را حساب کنید.

$$A \cap B =$$

$$(A \cap B)' =$$

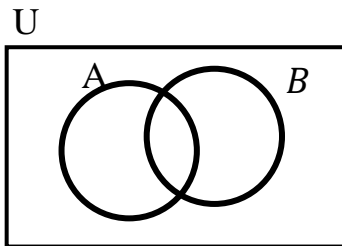
$$A' \cap B =$$

## تعداد عضوهای اجتماع یک مجموعه

تعداد اعضا را با  $x$  نشان می‌دهیم. مثلاً تعداد اعضای مجموعه  $A$ :  $x(A)$  برای بدست آوردن تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

برای اثبات به نمودار ون دو تایی زیر توجه کنید:



### مثال:

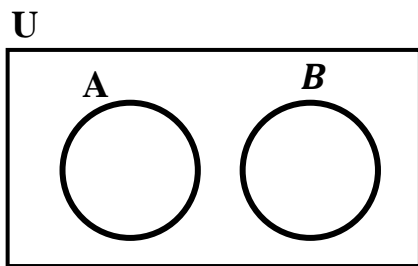
۱- یک دوره جشنواره فیلم کوتاه با شرکت ۲۱ فیلم در موضوعات مختلف در حال برگزاری است که در بین آنها ۷ فیلم پویانمایی (کارتونی) و ۸ فیلم طنز وجود دارد، به طوری که ۳ تا از فیلم‌های پویانمایی با مضمون طنز می‌باشند. مطلوب است تعداد کل فیلم‌هایی که:

الف) پویانمایی یا طنزند.

ب) غیرپویانمایی و غیر طنزند.

**نکته: تفاوت (یا) و (و)**

۲- در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بستکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، مشخص کنید چند نفر از آنها عضو هر دو تیم هستند.



**نکته:** دو مجموعه مجزا از هم:

دو مجموعه‌ای که با هم اشتراک ندارند.

$$n = (A \cap B) = \emptyset$$

پس  $\longrightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

### الگوی دنباله

الگوی خطی: الگویی که به جمله قبلی مقدار ثابتی اضافه می‌شود.

مثال: ۲, ۴, ۶, ۸, ...

۱۰      ۱۲

↑      ↑      ↑      ↑      ↑

+۲   +۲   +۲   +۲   +۲

جمله عمومی: نمایش به صورت جبری:

↑ شماره جمله

← مقدار ثابت

$$t_n = an + b$$

$$t_n = 2n + b \rightarrow n=1 \Rightarrow 2 + b = 2$$

$$\rightarrow t_n = 2n \quad b = 0$$

مثال: ۳, ۵, ۷, ۹, ...

↑ شماره جمله

← مقدار ثابت

۲

+۲   +۲   +۲

$$t_n = an + b \rightarrow t_n = 2n + b \xrightarrow{n=1} t_1 = 2 + b = 3 \quad b = 1$$