



نمونه سوالات فصل چهارم حسابان یازدهم

گرفتن با
فیلیمو مدرسه
راحت‌ه!

۲۰

FilimoSchool.com

- ویدیوهای آموزشی
- معلم خصوصی
- خلاصه درس و جزوه
- سوالات تستی و تشریحی



مقدار $\cot 15^\circ - \tan 15^\circ$ را به دست آورید.

۱



فرض کنید $\cot \alpha = 2$ و α زاویه‌ای حاده باشد، حاصل $\cos 2\alpha$ را به دست آورید.

۲



مقدار عددی $\tan 22/5^\circ + \cot 22/5^\circ$ را به دست آورید.

۳



فرض کنید $\tan \alpha = 3$ و α زاویه‌ای حاده باشد، مقادیر $\sin 2\alpha$ را به دست آورید.

۴



درستی تساوی زیر را اثبات کنید.

$$\sin^2\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \tan\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) \cdot \tan(\pi - x)$$

۵



اگر $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ باشد و α زاویه‌ای منفرجه باشد، حاصل $\sin 2\alpha$ را به دست آورید.

۶



نمودارهای توابع $f(x) = \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right)$ و $g(x) = \cos x$ بر هم منطبق هستند. چرا؟

۷



اگر $\tan \theta = 3$ باشد، مقدار عددی $\frac{\sin\left(\frac{7\pi}{2} + \theta\right) + \sin(3\pi + \theta)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - 3\cos(7\pi + \theta)}$ را به دست آورید.

۸



آیا نمودارهای دو تابع $f(x) = \cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)$ و $g(x) = \sin x$ بر هم منطبق هستند؟ چرا؟

۹



اگر $\sin \alpha = a$ باشد و α در ربع اول باشد، $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$ را بر حسب a بنویسید.

۱۰



اگر $\log(\sin \alpha) = -2$ و $\log(\cos \beta) = -3$ ، آنگاه حاصل $\log(\sin(\alpha + \beta) - \sin \beta \cdot \cos \alpha)$ را به دست آورید.

۱۱



اگر $\log(\sin \alpha) = -1$ و $\log(\cos \beta) = -2$ ، آنگاه حاصل $\log\left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\beta}\right)$ را به دست آورید.

۱۲



در تابع $f(x) = \sin\left(3x + \frac{5\pi}{4}\right)$ مقادیر زیر را به دست آورید. (ب) $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ (الف) $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$

۱۳



حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + \sin(150^\circ) \cdot \tan(240^\circ)$$

۱۴

اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ ، آنگاه حاصل $(\sin \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \beta + \cos \alpha)^2$ را به دست آورید.

۱۵

$$\cot \alpha - \tan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = 2 \cot 2\alpha$$

$$\Rightarrow \cot 15^\circ - \tan 15^\circ = 2 \cot 30^\circ = 2\sqrt{3}$$

۱

$$\cot \alpha = 2 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{5}$$

۲

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan 22/5^\circ + \cot 22/5^\circ = \frac{2}{\sin 2(22/5^\circ)} = \frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$$

۳

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2(3)}{1 + (3)^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

۴

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \tan\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\sin^2\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \tan^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \tan^2(\pi - x)$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = (-\cot x)(-\tan x)$$

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \\ \cot x \cdot \tan x = 1 \end{cases}$$

۵

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{4}{49} = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{49} = \frac{45}{49} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{45}}{7}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left(\frac{\sqrt{45}}{7} \right) \left(-\frac{2}{7} \right) = -\frac{2\sqrt{45}}{49} = -\frac{12\sqrt{5}}{49}$$

۶

$$f(x) = \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

$$g(x) = \cos x$$

$$\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow \text{بنابراین دو تابع بر هم منطبق هستند.}$$

۷

$$\sin\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} + 0\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + 0\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} + 0\right) = -\cos 0$$

$$\sin(2\pi + 0) = -\sin 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = \sin 0$$

$$\cos(\sqrt{\pi} + 0) = -\cos 0$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} + 0\right) + \sin(2\pi + 0)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) - 2\cos(\sqrt{\pi} + 0)} = \frac{-\cos 0 - \sin 0}{\sin 0 + 2\cos 0} \xrightarrow{\div \cos 0} \frac{-1 - \tan 0}{\tan 0 + 2}$$

$$= \frac{-1 - 2}{2 + 2} = -\frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$$

۸

$$f(x) = \cos\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} + x\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -(-\sin x) = \sin x$$

$$g(x) = \sin x$$

$\Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow$ بنابراین دو تابع بر هم منطبق هستند.

۹

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow a^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - a^2$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{1 - a^2} \text{ قی} \\ \cos \alpha = -\sqrt{1 - a^2} \text{ غی} \end{cases}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \times \sqrt{1 - a^2} + a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{1 - a^2} + a\sqrt{3}}{2}$$

۱۰

$$\log(\sin(\alpha + \beta) - \sin \beta \cdot \cos \alpha) = \log(\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha - \sin \beta \cos \alpha)$$

$$\log(\sin \alpha \cos \beta) = \log(\sin \alpha) + \log(\cos \beta) = -2 - 3 = -5$$

۱۱

$$\begin{cases} 1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha \\ 1 + \cos 2\beta = 2\cos^2 \beta \end{cases}$$

$$\log\left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\beta}\right) = \log\left(\frac{2\sin^2 \alpha}{2\cos^2 \beta}\right) = \log\left(\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \beta}\right)$$

$$= \log(\sin^2 \alpha) - \log(\cos^2 \beta)$$

$$\log(\sin \alpha)^2 - \log(\cos \beta)^2 = 2\log(\sin \alpha) - 2\log(\cos \beta)$$

$$= 2(-1) - 2(-2) = -2 + 4 = 2$$

۱۲

$$\text{الف) } f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(2 \times \frac{\pi}{12} + \frac{\Delta\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\Delta\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$$

$$\text{ب) } f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin\left(2 \times \frac{5\pi}{6} + \frac{\Delta\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{2} + \frac{\Delta\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{13\pi}{4}\right) = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۳

$$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(150^\circ) = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan(240^\circ) = \tan(180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} & \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + \sin(150^\circ) \cdot \tan(240^\circ) \\ &= \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)(\sqrt{3}) = -\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

۱۴

$$\begin{aligned} & (\sin\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\beta + \cos\alpha)^2 \\ &= \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\beta + \cos^2\beta + \sin^2\beta + 2\sin\beta\cos\alpha + \cos^2\alpha \\ & \underbrace{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}_{1} + \underbrace{\sin^2\beta + \cos^2\beta}_{1} + 2\sin\alpha\cos\beta + 2\sin\beta\cos\alpha \\ &= 1 + 1 + 2(\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha) = 2 + 2\sin(\alpha + \beta) \\ &= 2 + 2\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

۱۵