

فیلیمو
مدرسه



نمونه سوالات فصل پنجم حسابان یازدهم

گرفتن با
فیلیمو مدرسه
راحتت!

۲۰

FilimoSchool.com

- ویدیوهای آموزشی
- معلم خصوصی
- خلاصه درس و جزوه
- سوالات تستی و تشریحی

۱ اگر بازه $(2, 2x + 1)$ همسایگی عدد ۵ باشد، حدود x را به دست آورید.

فیلیمو مدرسه

مقدار k را چنان بیابید که تابع f در $x = 3$ دارای حدی برابر ۱۲ باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{kx - 3k} & x \neq 3 \\ 2 + k & x = 3 \end{cases}$$

فیلیمو مدرسه

۳ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a[x] + 2x & x < -1 \\ 3 & x = -1 \\ bx - 9 & x > -1 \end{cases}$ در $x = -1$ پیوسته باشد، a و b را حساب کنید.

فیلیمو مدرسه

۴ مقدار k را چنان بیابید که $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2}{2x - 2} & x \neq 2 \\ 2k + 1 & x = 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد.

فیلیمو مدرسه

حاصل حد زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

$$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x + [-x]}{x^2 - 25}$$

فیلیمو مدرسه

حاصل حد زیر را حساب کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\sqrt{3}\sin x - 2\cos x}{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}$$

فیلیمو مدرسه

۷ اگر بازه $(2b + 7, 3a - 1)$ همسایگی راست ۲ و همسایگی چپ ۳۱ باشد، بازه $(b - a, a)$ شامل چند عدد صحیح است؟

فیلیمو مدرسه

۸ اگر بازه $(3a - 9, a + 3) - (a - 2, a + 3)$ یک همسایگی محذوف عدد ۳ باشد، این بازه شامل چند عدد صحیح است؟

فیلیمو مدرسه

۹ اگر بازه $(x - 3, 3x - 10)$ یک همسایگی ۵ باشد، مجموعه مقادیر x را به دست آورید.

فیلیمو مدرسه

۱۰ تابعی بنویسید که در یک نقطه تعریف نشده باشد، اما در نقطه مورد نظر دارای حد باشد.

فیلیمو مدرسه

اگر m یک عدد صحیح باشد، حاصل حد زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

$$\lim_{x \rightarrow m^+} [x] - \lim_{x \rightarrow m^-} [x]$$

فیلیمو مدرسه

اگر m یک عدد صحیح باشد، حاصل حد زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

$$\lim_{x \rightarrow m^-} [x] + 2$$

فیلیمو مدرسه

۱۳ اگر بازه $(x - 2, 2x + 7)$ یک همسایگی ۳ باشد، مجموعه مقادیر x را به دست آورید.

حدود زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x-3}$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x}{1 - \sin x}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|9-x^2|}{x-3}$

۱۴

برای تابع $f(x) = x + [x]$ ([] نماد جزء صحیح است.)
الف) نمودار تابع در بازه $x \in [-1, 1]$ را رسم کنید.
ب) جدول زیر را کامل کنید.

x	-۰/۱	-۰/۰۱	-۰/۰۰۱	۰	۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۱
f(x)							

۱۵

ج) آیا $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ موجود است؟ چرا؟

فیلیمو
مدرسه

$$2x + 1 > 5 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow x > 2$$

۱

فیلیمو مدرسه

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 12 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{kx - 3k} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{k(x-3)} = \frac{6}{k} = 12$$

۲

$$\Rightarrow 12k = 6 \Rightarrow k = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

فیلیمو مدرسه

شرط پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = f(-1)$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} bx - 9 = -b - 9$$

$$f(-1) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} a[x] + 2x = -2a - 2$$

$$\begin{cases} -b - 9 = 3 \Rightarrow -b = 12 \Rightarrow b = -12 \\ -2a - 2 = 3 \Rightarrow -2a = 5 \Rightarrow a = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

۳

فیلیمو مدرسه

شرط پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$f(2) = 2k + 1$$

$$2k + 1 = 2 \Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

۴

فیلیمو مدرسه

$$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x + [-x]}{x^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x + 5}{x^2 - 25} = \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x + 5}{(x-5)(x+5)} = \frac{1}{-5-5} = \frac{1}{-10}$$

۵

فیلیمو مدرسه

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{\sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6}}$$

۶

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{\sqrt{3} \sin x - \cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{\frac{1}{2}(\sqrt{3} \sin x - \cos x)} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

فیلیمو مدرسه

$$\begin{cases} 3a - 1 = 2 \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1 \\ 2b + 7 = 31 \Rightarrow 2b = 24 \Rightarrow b = 12 \end{cases}$$

$$(a, b) - (b - a) \xrightarrow{a=1 \text{ و } b=12} (1, 12) - (12 - 1) \Rightarrow (1, 12) - (11) = (1, 1)$$

۷

همسایگی محذوف عدد ۳ است، بنابراین:

$$3a - 9 = 3 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow (4 - 4, 4 + 3) - \{3\} \Rightarrow (0, 7) - \{3\}$$

$$\{1, 2, 4, 5, 6\}$$

۸

شامل ۵ عدد صحیح است.

فیلیمو مدرسه

$$x - 3 < 5 < 2x - 10 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 < 5 \Rightarrow x < 8 \quad (1) \\ 2x - 10 > 5 \Rightarrow 2x > 15 \Rightarrow x > 7.5 \quad (2) \end{cases} \xrightarrow{(1) \cap (2)} 7.5 < x < 8$$

۹

فیلیمو مدرسه

تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ در $x = 1$ تعریف نشده است، اما در $x = 1$ دارای حد است.

تعریف نشده $f(1) =$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2$$

۱۰

فیلیمو مدرسه

$$\lim_{x \rightarrow m^+} [x] - \lim_{x \rightarrow m^-} [x] = [m^+] - [m^-] = m - (m - 1) = m - m + 1 = 1$$

۱۱

فیلیمو مدرسه

$$\lim_{x \rightarrow m^-} [x] + 4 = [m^-] + 4 = m - 1 + 4 = m + 3$$

۱۲

فیلیمو مدرسه

$$x - 2 < 3 < 2x + 7 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 < 3 \Rightarrow x < 5 \quad (1) \\ 2x + 7 > 3 \Rightarrow 2x > -4 \Rightarrow x > -2 \quad (2) \end{cases} \xrightarrow{(1) \cap (2)} -2 < x < 5$$

۱۳

فیلیمو مدرسه

(الف) $D: x \geq 3 \leftarrow$ در همسایگی چپ ۳ تعریف نشده \leftarrow حد ندارد.

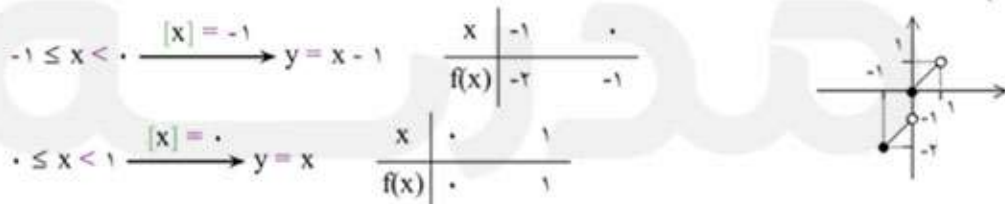
$$\therefore \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos^2 x \cos x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{(1 - \sin^2 x) \cos x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (1 + \sin x) \cos x = 0 \quad (ب)$$

۱۴

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(9 - x^2)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = -6 \quad (ج)$$

فیلیمو مدرسه

(الف)



x	-0.1	-0.01	-0.001	0	0.001	0.01	0.1
f(x)	-1/1	-1/0.1	-1/0.01	0	0/0.001	0/0.01	0/1

۱۵

(ب)

(ج) موجود نیست. زیرا حد راست و چپ آن برابر نیست.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ حد ندارد}$$