

فیلیمو
مدرسه



نمونه سوالات فصل نهم ریاضی هشتم

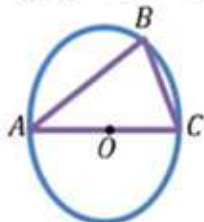
گرفتن با
فیلیمو مدرسه
راحتت!

۲۰

FilimoSchool.com

- ویدیوهای آموزشی
- معلم خصوصی
- خلاصه درس و جزوه
- سوالات تستی و تشریحی

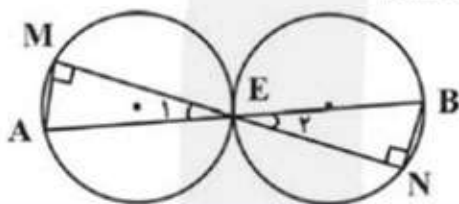
در شکل مقابل نقطه O مرکز دایره و $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ اندازه زاویه‌های مثلث ABC را به دست آورید. (با راه حل) ①



۱

فیلیمو مدرسه

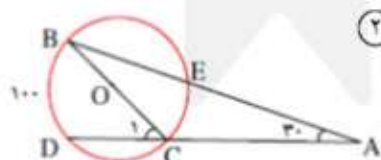
در شکل زیر دو دایره با هم مساوی‌اند. با توجه به شکل نشان دهید، دو مثلث قائم‌الزاویه AEM و BEN با هم مساوی‌اند. (حالت تساوی را بنویسید.) (EB و AE قطرهای دایره‌ها هستند.)



۲

فیلیمو مدرسه

با توجه به شکل اندازه‌های خواسته شده را به دست آورید. (O مرکز دایره) ②



$$\widehat{C} = \dots\dots$$

$$\widehat{CE} = \dots\dots$$

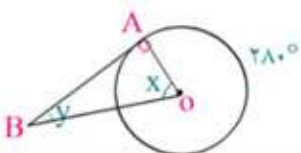
$$\widehat{B} = \dots\dots$$

$$\widehat{DC} = \dots\dots$$

۳

فیلیمو مدرسه

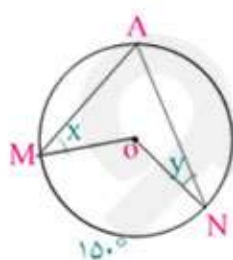
اندازه‌ی کمان و زاویه‌های مجهول را پیدا کنید.



۴

فیلیمو مدرسه

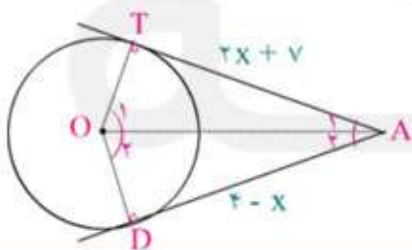
در شکل روبه‌رو O مرکز دایره می‌باشد مقدار $y + x$ چند درجه است؟



۵

فیلیمو مدرسه

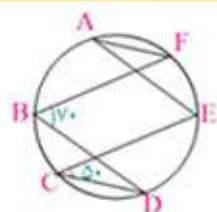
در شکل زیر AD مماس بر دایره هستند مقدار X را به دست آورید.



۶

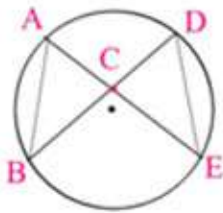
فیلیمو مدرسه

در شکل زیر \widehat{A} چند درجه است؟



۷

در شکل مقابل $\widehat{ACD} = 100^\circ$ و $\widehat{E} = 30^\circ$. اندازه‌ی هر یک از زاویه‌ها و کمان‌های زیر چند درجه است؟



$\widehat{B} = \dots$

$\widehat{D} = \dots$

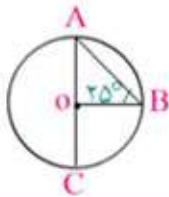
$\widehat{AD} = \dots$

$\widehat{BE} = \dots$

۸

فیلیمو مدرسه

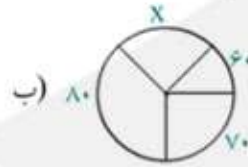
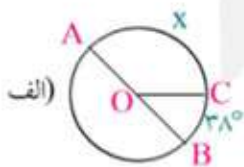
در شکل مقابل اندازه‌ی کمان \widehat{BC} را به دست آورید.



۹

فیلیمو مدرسه

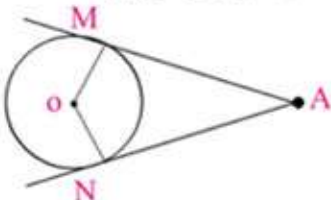
در هر شکل، اندازه‌ی کمان X را حساب کنید.



۱۰

فیلیمو مدرسه

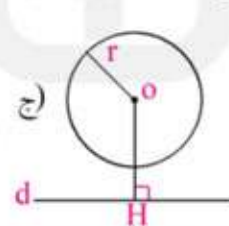
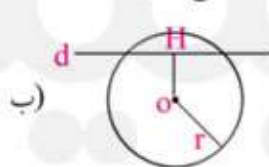
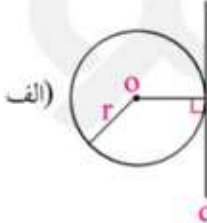
از نقطه‌ی A دو مماس AM و AN را بر دایره رسم می‌کنیم ثابت کنید $AM = AN$ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۱۱

فیلیمو مدرسه

در هر شکل فاصله‌ی مرکز دایره از خط d را با شعاع دایره مقایسه کنید و رابطه‌ی ریاضی آنرا بنویسید.



۱۲

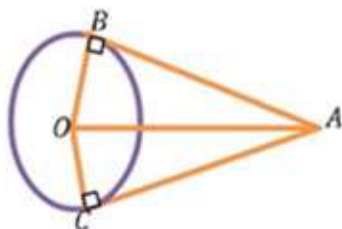
فیلیمو مدرسه

کمان مقابل قسمتی از یک دایره است. با رسم شکل قطر دایره و مرکز دایره را پیدا کنید.

۱۳

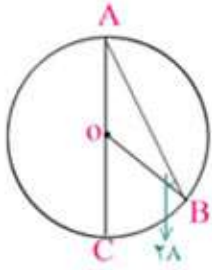
فیلیمو مدرسه

در شکل مقابل نقطه O مرکز دایره است و AB و AC بر دایره مماسند. چرا دو مثلث OAB و OAC هم‌نهشت‌اند؟ (حالت هم‌نهشتی را بنویسید.)



۱۴

در شکل مقابل، اندازهی کمان BC را به دست آورید.



۱۵

فیلیمو
مدرسه

$$B = \frac{180}{2} = 90$$

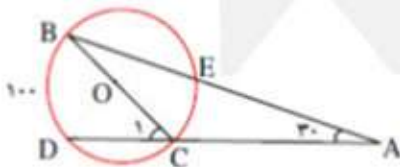
| | | | |
|----------------|---|-----|---|
| \widehat{BC} | ۱ | ۶۰ | $\Rightarrow \widehat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{60}{2} = 30$ |
| \widehat{AB} | ۲ | ۱۲۰ | $\Rightarrow \widehat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{120}{2} = 60$ |
| | ۳ | ۱۸۰ | |

۱

زاویه‌های \widehat{E}_1 و \widehat{E}_2 با هم مساوی‌اند، چون متقابل به راس هستند.
لذا برای دو مثلث AEM و BEN می‌توان نوشت:

۲

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2 \\ \widehat{M} = \widehat{N} = 90^\circ \\ AE = EB \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{متقابل به راس} \\ \text{زوایای قائمه} \\ \text{قطرهای دو دایره مساوی} \end{array} \Rightarrow \widehat{AEM} = \widehat{BEM} \text{ (به حالت وتر و یک زاویه حاده)}$$



$$\widehat{C}_1 = 50^\circ$$

$$\widehat{CE} = 20^\circ$$

$$\widehat{B} = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

$$\widehat{DC} = 20^\circ$$

۳

$$\text{محیط دایره} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = \widehat{x} = 360 - 280 = 80^\circ$$

$$\widehat{B} = \widehat{y} = 180 - (90 + 80) = 10^\circ$$

۴

$$\widehat{MN} = 150 \Rightarrow \widehat{MON} = 150^\circ \Rightarrow 360 - 150 = 210^\circ = \widehat{O} \text{ داخلی}$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{MN}}{2} = \frac{150}{2} = 75^\circ$$

$$\text{مجموع زوایا } x + y + 75 + 210 = 360^\circ$$

$$x + y + 285 = 360$$

$$x + y = 360 - 285 = 75^\circ$$

۵

مماس‌ها با هم برابرند.

$$AT = AD$$

$$2x + 7 = 4 - x$$

$$2x + x = 4 - 7$$

$$3x = -3$$

$$x = \frac{-3}{3} = -1$$

۶

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} = 70^\circ \Rightarrow \widehat{FD} = 2(\widehat{B}) = 2(70) = 140^\circ \\ \widehat{C} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{ED} = 2(\widehat{C}) = 2(50) = 100^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{FE} = 140 - 100 = 40^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = \frac{\widehat{FE}}{2} = \frac{40}{2} = 20^\circ$$

۷

$$\widehat{B} = \widehat{E} = \boxed{30^\circ} \quad \widehat{AD} = 2\widehat{B} = 2(30) = \boxed{60^\circ}$$

۸

$$\widehat{D} = \widehat{ACD} - \widehat{E} = 100 - 30 = \boxed{70^\circ} \quad \widehat{BE} = 2\widehat{D} = 2(70) = 140^\circ$$

فیلیمو مدرسه

مثلث OAB یک مثلث متساوی الساقین است (زیرا $OA = OB$ شعاع دایره) و چون زاویه‌های مجاور به قاعده با هم برابرند پس $\widehat{A} = \widehat{B} = 25^\circ$. پس می‌توان گفت زاویه \widehat{BOC} چون زاویه‌ی خارجی است و با مجموع ۲ زاویه‌ی داخلی غیرمجاور برابر است پس: $\widehat{BOC} = \widehat{A} + \widehat{B} = 50^\circ$. در نتیجه کمان BC با زاویه‌ی مرکزی روبه‌رویش برابر است.

۹

$$\widehat{BC} = \widehat{BOC} = 50^\circ$$

فیلیمو مدرسه

الف) چون AB از مرکز عبور کرده است پس قطر است و قطر دایره را به ۲ نیم‌صفحه تبدیل می‌کند و اندازه‌ی هر قسمت 180° است، پس:

$$\widehat{AC} = 180 - 38 = 142^\circ$$

۱۰

ب) محیط دایره 360° است، پس:

$$\frac{60^\circ}{210} + \frac{70^\circ}{x} + \frac{80^\circ}{x} = \frac{360^\circ}{210} \Rightarrow x = 360 - 210 = 150^\circ$$

فیلیمو مدرسه

کافی است از نقطه‌ی A به نقطه‌ی O خطی وصل کنیم و از هم‌نهمی ۲ مثلث قائم‌الزاویه به خواسته‌ی سوال برسیم (زیرا AM و AN مماس هستند و خط مماس در نقطه‌ی تماس بر شعاع دایره عمود است)

$$\begin{cases} OM = ON & \text{شعاع دایره} \\ OA = OA & \text{مشترک} \end{cases} \Rightarrow \widehat{AM} = \widehat{AN} \text{ (وض)}$$

۱۱

$$\Rightarrow AM = AN \text{ اجزای متناظر}$$

پس اگر از هر نقطه ۲ مماس بر دایره‌ای رسم شود مماس‌ها با هم برابرند.

فیلیمو مدرسه

الف) شعاع با فاصله‌ی مرکز دایره تا خط برابر است و یک نقطه‌ی مشترک دارند (مماس) $r = OH$
 ب) شعاع دایره از فاصله‌ی مرکز دایره تا خط بیش‌تر است در این حالت ۲ نقطه‌ی مشترک وجود دارد. $r > OH$
 ج) فاصله‌ی مرکز دایره تا خط از شعاع دایره بیش‌تر است. در این حالت خط و دایره هیچ نقطه‌ی مشترکی ندارند. $OH > r$

۱۲

فیلیمو مدرسه

کافی است دو وتر در این کمان انتخاب کنیم. عمود منصف آن‌ها را رسم کرده و در محل برخورد ۲ عمود منصف مرکز دایره به‌دست می‌آید که می‌توان قطر دایره را نیز با وصل نمودن یک نقطه از این کمان به مرکز و ادامه دادن آن رسم نمود.

۱۳



فیلیمو مدرسه

$$\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle B = 90^\circ \\ OB = OC = R \\ OA = OA \text{ (وتر یک ضلع)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OAC$$

۱۴

فیلیمو مدرسه

$$OA = OB \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B} = 28^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 2\widehat{A} = 2(28) = 56^\circ$$

۱۵

$$\widehat{AB} = 180 - 56 = 124^\circ$$