



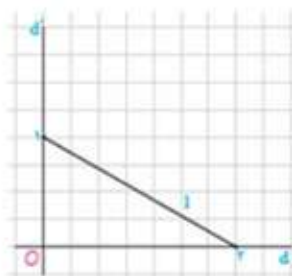
نمونه سوالات فصل دوم هندسه یازدهم

گرفتن با
فیلمو مدرسه
راحت‌ه!

۲۰

FilimoSchool.com

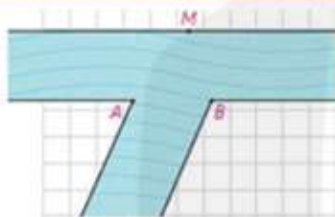
- ویدیوهای آموزشی
- معلم خصوصی
- خلاصه درس و جزوه
- سوالات تستی و تشریحی



در شکل روبه‌رو اگر خط l را در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $\frac{1}{4}$ تصویر کنیم و آنرا l' بنامیم، مساحت بین خط l و l' و خطوط d و d' چه قدر است؟

۱

فیلیمو مدرسه



می‌خواهیم کنار رودخانه‌ها، ۳ اسکله بسازیم. جای ۲ اسکله A و B مطابق شکل مشخص است. اسکله M را در چه نقطه‌ای از ساحل رودخانه بسازیم که فایده‌ها هنگام طی مسیر MABM کوتاه‌ترین مسیر را طی کنند؟

۲

فیلیمو مدرسه

دایره $C(O, R)$ و نقطه‌ی M خارج این دایره مفروض است. مجانس این دایره را نسبت به نقطه‌ی M در هر حالت رسم کنید.

الف) $k = 2$

ب) $k = -2$

پ) $k = \frac{1}{2}$

۳

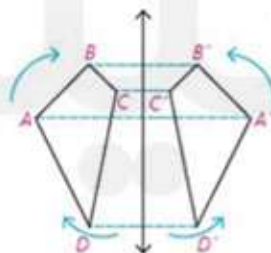
فیلیمو مدرسه

نقطه‌ی A به فاصله‌ی $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه‌ی A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه‌ی A' می‌نامیم. نقطه‌ی A را حول نقطه‌ی A' به اندازه‌ی 120° درجه دوران می‌دهیم تا نقطه‌ی A'' حاصل شود. طول پاره‌خط AA'' را محاسبه کنید.

۴

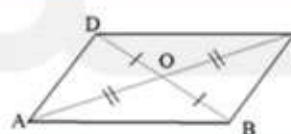
فیلیمو مدرسه

در شکل زیر چهارضلعی $A'B'C'D'$ تصویر چهارضلعی محدب $ABCD$ تحت بازتاب است. در شکل اولیه وقتی به ترتیب A به B و C و D می‌رویم، جهت حرکت، موافق چند حرکت عقربه‌های ساعت است. جهت حرکت در بازتاب این نقاط چگونه است؟ آیا می‌توان گفت بازتاب، جهت شکل را حفظ می‌کند؟



۵

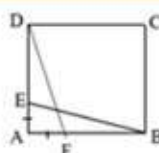
فیلیمو مدرسه



قطرهای چهارضلعی $ABCD$ یکدیگر را نصف کرده‌اند. با استفاده از دوران ثابت کنید: $ABCD$ یک متوازی‌الاضلاع است.

۶

فیلیمو مدرسه



چهارضلعی $ABCD$ یک مربع است و $AE = AF$ و $BE = DF$ با استفاده از بازتاب ثابت کنید.

۷

فیلیمو مدرسه

مقدار a را چنان بیابید که اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاعهای ۸ و ۳ و خط‌المركزین $d = 13$ ، $5a - 3$

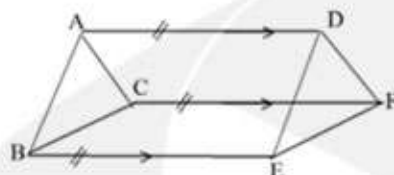
۸



در چهارضلعی $ABCD$ ، $AB \parallel DC$ و $AB = DC$ ،
با استفاده از انتقال ثابت کنید: $AD \parallel BC$ و $AD = BC$

۹

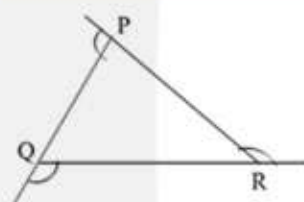
فیلیمو مدرسه



پاره‌خطهای AD ، BE ، CF مساوی و موازیند.
با استفاده از انتقال ثابت کنید: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

۱۰

فیلیمو مدرسه



در مثلث دلخواه PQR ، با استفاده از انتقال ثابت کنید:
مجموع زاویه‌های خارجی 360° است.

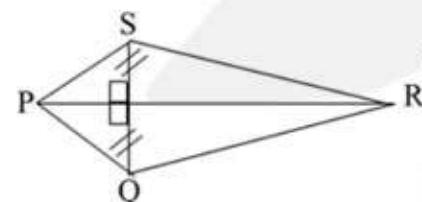
۱۱

فیلیمو مدرسه

با استفاده از بازتاب ثابت کنید:
فاصله‌ی هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط
تا دو سر آن به یک اندازه است.

۱۲

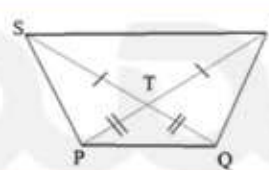
فیلیمو مدرسه



در شکل رویه‌رو PR عمودمنصف QS است.
با استفاده از بازتاب ثابت کنید: $\widehat{SPR} = \widehat{QPR}$

۱۳

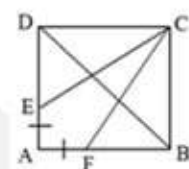
فیلیمو مدرسه



در شکل رویه‌رو PR و QS قطرهای، $PT = QT$ و $RT = ST$
با استفاده از بازتاب ثابت کنید: $\triangle PQS \cong \triangle QPR$

۱۴

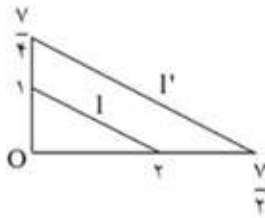
فیلیمو مدرسه



چهارضلعی $ABCD$ یک مربع است و $AE = AF$ ،
با استفاده از بازتاب ثابت کنید: $CE = CF$

۱۵

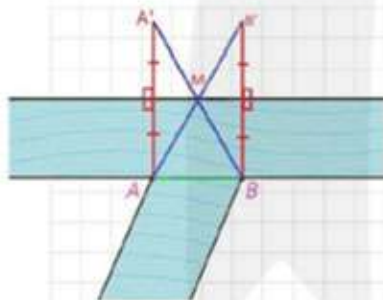
با توجه به نسبت تجانس $\frac{V}{4}$ مثلث بزرگتر با وتر I' ایجاد می‌شود. حال اختلاف مساحت‌های مثلث‌ها برابر مساحت خواسته شده است:



$$S_{\text{مطلوب}} = S_{\text{مثلث بزرگ}} - S_{\text{مثلث کوچک}} = \frac{1}{2} \times \frac{V}{4} \times \frac{V}{4} - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = \frac{33}{16}$$

۱

فیلمو مدرسه

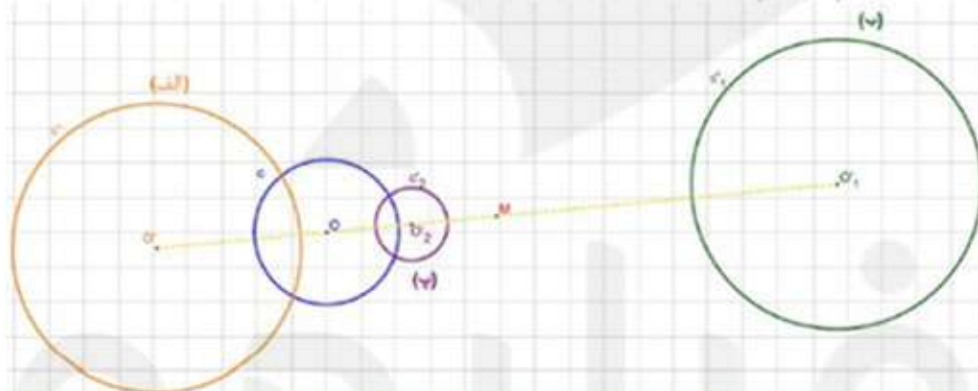


با توجه به شکل واضح است که عرض رودخانه در طول مسیر ثابت در نظر گرفته شده است. پس یا از نقطه‌ی B یا از A روش هرون را برای پیدا کردن نقطه‌ی M اجرا می‌کنیم.

۲

فیلمو مدرسه

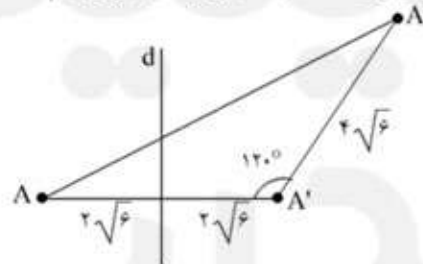
برای پیدا کردن مجانس دایره، مجانس مرکز دایره را به دست آورده، به مرکز نقطه‌ی به دست آمده و k برابر شعاع دایره اول، دایره‌ای ترسیم می‌کنیم.



۳

فیلمو مدرسه

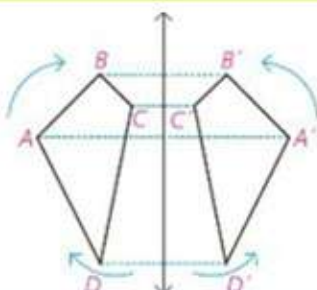
بنا بر فرض سؤال، شکل زیر را داریم و برای آن قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:



$$AA''^2 = (2\sqrt{6})^2 + (4\sqrt{6})^2 - 2 \times 2\sqrt{6} \times 4\sqrt{6} \times \cos 120^\circ \Rightarrow AA'' = \sqrt{288}$$

۴

فیلمو مدرسه



جهت حرکت در بازتاب این نقاط خلاف جهت عقربه‌های ساعت است.

خیر نمی‌توان گفت بازتاب، جهت شکل را حفظ می‌کند.

۵

$$\left. \begin{array}{l} OC = OA \\ \widehat{AOC} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow A \xrightarrow[\text{تحت دوران } 180^\circ \text{ به مرکز } O]{\quad} C$$

$$\left. \begin{array}{l} OB = OD \\ \widehat{BOD} = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow B \xrightarrow[\text{تحت دوران } 180^\circ \text{ به مرکز } O]{\quad} D$$

$$\Rightarrow AB \xrightarrow[\text{تحت دوران } 180^\circ \text{ به مرکز } O]{\quad} CD$$

۶

دوران 180° درجه یک تبدیل ایزومتري بوده و شیب را حفظ می کند. پس $AB = CD$ و $AB \parallel CD$. بنابراین ABCD متوازی الاضلاع است.

قطر AC را رسم می کنیم. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} B \xrightarrow[\text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC]{\quad} D \\ E \xrightarrow[\text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC]{\quad} F \end{array} \right\} \Rightarrow BE \xrightarrow[\text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC]{\quad} DF$$

بازتاب نسبت به خط ایزومتري است پس $BE = DF$.

۷

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \rightarrow 5a - 3 = \sqrt{13^2 - (8 - 3)^2}$$

$$\rightarrow 5a - 3 = 12 \rightarrow 5a = 15 \Rightarrow a = 3$$

۸

اگر $\overrightarrow{AB}$ را به عنوان بردار انتقال در نظر بگیریم خواهیم داشت.

$$\left. \begin{array}{l} D \xrightarrow[\text{تحت انتقال با } \overrightarrow{AB}]{\quad} C \\ A \xrightarrow[\text{تحت انتقال با } \overrightarrow{AB}]{\quad} B \end{array} \right\} \Rightarrow AD \xrightarrow[\text{تحت انتقال با } \overrightarrow{AB}]{\quad} BC$$

انتقال یک تبدیل ایزومتري است و شیب را حفظ می کند پس $AD = BC$ و $AD \parallel BC$.

۹

اگر $\overrightarrow{AD}$ را به عنوان بردار انتقال در نظر بگیریم با توجه به فرض بردارهای AD ، CF و BE مساویند.

$$\left. \begin{array}{l} A \xrightarrow[\text{بردار تحت انتقال با } \overrightarrow{AD}]{\quad} D \\ C \xrightarrow[\text{بردار تحت انتقال با } \overrightarrow{AD}]{\quad} F \\ B \xrightarrow[\text{بردار تحت انتقال با } \overrightarrow{AD}]{\quad} E \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ACB \xrightarrow[\text{بردار تحت انتقال با } \overrightarrow{AB}]{\quad} \triangle DFE$$

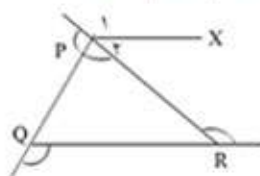
انتقال تبدیل ایزومتري است پس دو مثلث $\triangle ACB$ و $\triangle DFE$ مساویند.

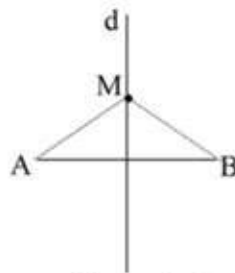
۱۰

Px را موازی با QR ترسیم می کنیم. در این صورت زاویه P_1 انتقال یافته زاویه R تحت بردار $\overrightarrow{RP}$ می باشد. از طرفی زاویه P_2 انتقال یافته زاویه Q تحت بردار $\overrightarrow{QP}$ می باشد. انتقال ایزومتري است پس داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{R} = \hat{P}_1 \\ \hat{Q} = \hat{P}_2 \\ \hat{P} + \hat{P}_1 + \hat{P}_2 = 360^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \hat{P} + \hat{R} + \hat{Q} = 360^\circ$$

۱۱





فرض کنید خط d عمود منصف پاره خط AB باشد و M نقطه‌ای از خط d باشد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{تحت بازتاب نسبت به خط } d \\ A \xrightarrow{\quad} B \\ \text{تحت بازتاب نسبت به خط } d \\ M \xrightarrow{\quad} M \end{array} \right\} \Rightarrow AM \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} BM$$

بازتاب نسبت به خط تبدیل ایزومتري است پس $AM = BM$.

۱۲

PR را به عنوان محور تقارن در نظر می‌گیریم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{تحت بازتاب نسبت به خط } PR \\ P \xrightarrow{\quad} P \\ \text{تحت بازتاب نسبت به خط } PR \\ S \xrightarrow{\quad} Q \\ \text{تحت بازتاب نسبت به خط } PR \\ R \xrightarrow{\quad} R \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{PSR} \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} \widehat{PQR}$$

بازتاب نسبت به خط تبدیل ایزومتري است پس $\widehat{PSR} = \widehat{PQR}$ در نتیجه زوایای $\widehat{QPR}$ و $\widehat{SPR}$ برابرند.

۱۳

از نقطه‌ی T خط d بر PQ و SR عمود می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{تحت بازتاب نسبت به خط } d \\ S \xrightarrow{\quad} R \\ \text{تحت بازتاب نسبت به خط } d \\ P \xrightarrow{\quad} Q \\ \text{تحت بازتاب نسبت به خط } d \\ Q \xrightarrow{\quad} P \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{SPQ} \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } d} \widehat{RQP}$$

بازتاب نسبت به خط ایزومتري است پس دو مثلث $\widehat{SPQ}$ و $\widehat{RQP}$ مساویند.

۱۴

قطر AC را رسم می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC \\ E \xrightarrow{\quad} F \\ \text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC \\ C \xrightarrow{\quad} C \end{array} \right\} \Rightarrow EC \xrightarrow{\text{تحت بازتاب نسبت به خط } AC} FC$$

بازتاب نسبت به خط ایزومتري است پس $EC = FC$.

۱۵

