

فیلیمو
مدرسه



نمونه سوالات فصل دوم ریاضی و آمار دهم

گرفتن با
فیلیمو مدرسه
راحتت!

۲۰

FilimoSchool.com

- ویدیوهای آموزشی
- معلم خصوصی
- خلاصه درس و جزوه
- سوالات تستی و تشریحی

۱ اگر $2x + a = 100$ باشد x و a را طوری بیابید که $y = xa$ ماکسیمم شود.

فیلیمو مدرسه

در یک تولیدی، نوعی لامپ، برای مصارف پزشکی تولید می‌شود. این تولیدی هریک از لامپ‌ها را می‌تواند به قیمت ۲۰۰ تومان بفروشد. اگر در هر روز x واحد لامپ تولید کند و بفروشد و تابع هزینه آن برابر $C(x) = x^2 + 40x + 100$ باشد:

فیلیمو مدرسه

الف) تابع سود روزانه این تولیدی را بنویسید.
ب) چند لامپ در روز تولید کند تا بیش‌ترین سود را داشته باشد؟
پ) بیش‌ترین سود روزانه‌ی این کارگاه چه قدر است؟

فیلیمو مدرسه

محیط مستطیلی ۲۶ متر است. اگر اندازه‌ی یکی از اضلاع آن را با x و مساحت آن را با S نشان دهیم، ابتدا نمودار تابع مساحت را برحسب x رسم کنید. سپس به کمک نمودار مشخص کنید به ازای چه مقداری از x مساحت مستطیل ماکسیمم می‌شود.

فیلیمو مدرسه

رابطه‌ی بین درجه‌ی دما برحسب سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. دمای یک جسم ۲۰ درجه‌ی سانتی‌گراد بالا رفته است. دمای آن برحسب فارنهایت چه قدر افزایش داشته است؟

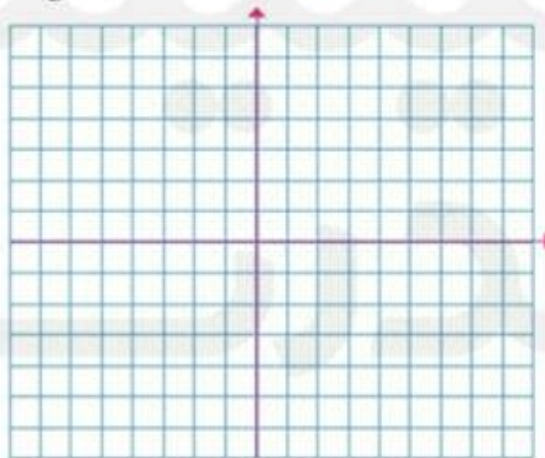
فیلیمو مدرسه

نمودار یک تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و $f(2) = 7$ است. در این صورت اختلاف $f(0/1)$ و $f(-0/1)$ را به دست آورید.

ضابطه‌ی تابع محیط مستطیل‌هایی را که طول آن‌ها ۴ واحد بیش‌تر از عرض آن‌ها است، برحسب عرض آن بنویسید و نشان دهید یک تابع خطی است.
- آیا تابع مساحت آن‌ها نیز یک تابع خطی است؟

فیلیمو مدرسه

اگر نمودار تابع خطی f از مبدأ عبور کرده و $f(-1) = 2$ باشد، نمودار و ضابطه‌ی تابع f را مشخص کنید.



فیلیمو مدرسه

اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{4}x^2 + 30x$ و تابع هزینه به صورت $y = 18x + 40$ باشد، ماکسیمم مقدار سود را مشخص کنید.

ضابطه‌ی تابع خطی f را که از نقاط $(2, 3)$ و $(4, 1)$ می‌گذرد، مشخص کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

۹

فیلیمو مدرسه

مقادیر m و n را چنان بیابید تا در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = mx + n$ داشته باشیم: $f(1) = 1$ و $f(2) = 4$.

۱۰

فیلیمو مدرسه

می‌دانیم مساحت دایره از تساوی $S = \pi \times r^2$ به دست می‌آید. در این رابطه π عددی است ثابت که تقریباً $\pi = 3/14$ در نظر گرفته می‌شود و شعاع دایره است:

- ۱- آیا متغیر S تابعی از شعاع دایره است؟
- ۲- آیا محیط دایره نیز تابعی از شعاع است؟
- ۳- کدام متغیر، مستقل و کدام متغیر، وابسته است؟
- ۴- جدول زیر را کامل کنید.

۱۱

| | | | | | |
|---|-------|-----|--------|--------|-----|
| شعاع r بر حسب سانتی‌متر (شعاع) | ۱ | ۱/۵ | ۲ | ۳ | ۴ |
| مساحت S بر حسب سانتی‌متر مربع (مساحت) | π | ... | 4π | ... | ... |
| محیط p بر حسب سانتی‌متر (محیط) | ... | ... | ... | 6π | ... |

فیلیمو مدرسه

$$\begin{cases} (m+1)x + my = 3 \\ (1+3m)y = 5 - 3mx \end{cases}$$

دو خط زیر داده شده است:

m را طوری تعیین کنید:

الف) که دو خط موازی باشند.

ب) که دو خط بر هم عمود باشند.

۱۲

فیلیمو مدرسه

a و b را طوری محاسبه کنید که نمودارهای دو تابع $y = ax^2 + x + b$ و $y = x + 3a$ همدیگر را روی محور عرض‌ها در نقطه‌ای به عرض -1 قطع کنند.

۱۳

فیلیمو مدرسه

اگر تابع $f(x-1) = \frac{x+3}{x+1}$ باشد، ضابطه‌ی تابع $f(-1)$ را به دست آورید.

۱۴

فیلیمو مدرسه

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{و } x > 0 \\ x + 1 & \text{و } x < 0 \end{cases}$ را در دستگاه مختصات رسم نمایید.

۱۵

فیلیمو مدرسه

$$2x + a = 100 \Rightarrow a = 100 - 2x$$

$$y = xa = x(100 - 2x) \Rightarrow y = 100x - 2x^2 \Rightarrow \text{درجه ی ۲ - سهمی}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2(-2)} \Rightarrow x = 25 \xrightarrow{\text{جایگزین}} a = 100 - 2(25) \Rightarrow a = 50$$

$$y_{\max} = x \times a = 25 \times 50 = 1250$$

$$R(x) = 200x \text{ (الف)}$$

$$P(x) = R(x) - C(x) = 200x - (x^2 + 20x + 100) \Rightarrow P(x) = -x^2 + 180x - 100$$

(ب) تابع سود، درجه ی ۲ و سهمی است، پس ماکزیمم در رأس آن اتفاق می افتد:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-180}{2(-1)} \Rightarrow x = 90$$

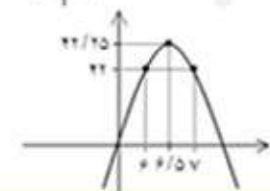
یعنی ۹۰ لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد.
(پ) $x = 90$ را در تابع سود جایگزین می کنیم.

$$P(90) = -90^2 + 180(90) - 100 \Rightarrow P(90) = 6300 \text{ بیشترین سود روزانه کارگاه}$$

$$P = \frac{f(x+y)}{f} = \frac{26}{7} \Rightarrow x+y = 13 \Rightarrow y = 13-x$$

$$S = x \times y = x(13-x) \Rightarrow S = 13x - x^2 \text{ درجه ۲ سهمی}$$

| | | | | | |
|---|-----|---|-----|---|-----|
| | رأس | | | | |
| x | ... | 6 | 6/5 | 7 | ... |
| y | ... | 7 | 7/5 | 6 | ... |



$$F = \frac{9}{5}(C + 20) + 32 = \frac{9}{5}C + 32 + 36$$

جدید اولیه F

پس دما برحسب فارنهایت ۳۶ درجه افزایش یافته است.

$$f(0) = 0$$

$$m = \frac{y-0}{x-0} = \frac{y}{x}, 0 = \frac{y}{x} \times 0 + h \Rightarrow h = 0$$

$$f(x) = \frac{y}{x}x + 0 \Rightarrow f(x) = \frac{y}{x}x$$

$$* f(0/1) = \frac{y}{x} \times 0/1 = 0/35$$

$$** f(-0/1) = \frac{y}{x} \times (-0/1) = -0/35$$

همیشه مثبت را در نظر می گیریم $0/35 - (-0/35) = 0/7$ * و **

$$P = 2(x+y) \text{ محیط مستطیل و } x = y+4 \Rightarrow 2(y+4+y) \Rightarrow P = 2(2y+4)$$

$$\Rightarrow P = 4y + 8 \Rightarrow y = mx + h \text{ درآمده است. چون به شکل } y = mx + h$$

$$S = x \times y \text{ مساحت و } x = y+4 \Rightarrow (y+4) \times y$$

$$S = y^2 + 4y \Rightarrow$$

مساحت یک تابع خطی نیست، چون به شکل $y = mx + h$ در نیامده است (متغیر یا توان ۲ دارد)

۱

۲

۳

۴

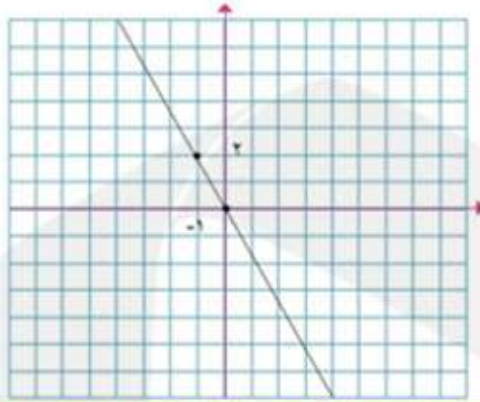
۵

۶

- خیر

$$m = \frac{2-0}{-1-0} = -2, (0, 0) \rightarrow 0 = -2x + h \Rightarrow h = 0$$

$$f \text{ معادله با ضابطه‌ی تابع } f: y = f(x) = -2x$$



۷

فیلیمو مدرسه

سود $P(x) = R(x) - C(x)$ هزینه

$$P(x) = \frac{-1}{4}x^2 + 30x - (18x + 20) \Rightarrow P(x) = \frac{-1}{4}x^2 + 12x - 20 \Rightarrow$$

درجه‌ی ۲ سهمی، ماکزیمم در رأس اتفاق می‌افتد.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(+12)}{2(-\frac{1}{4})} = +12 \Rightarrow x = 12 \xrightarrow{\text{جایگزین}} P(+12) = \frac{-1}{4}(12)^2 + 12(12) - 20$$

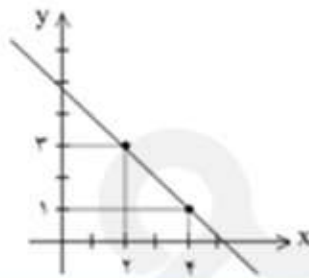
ماکزیمم مقدار سود $P(12) = 32$

۸

فیلیمو مدرسه

$$m = \frac{3-1}{2-2} = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow 3 = -1 \times 2 + h \Rightarrow h = 3 + 2 \Rightarrow h = 5$$

$$f(x) = -x + 5$$



۹

فیلیمو مدرسه

$$m = \frac{2-1}{2-1} = 1$$

$$1 = 1 \times 1 + n \Rightarrow n = 1 - 1 \Rightarrow n = 0$$

$$f(x) = 1x + 0$$

۱۰

فیلیمو مدرسه

۱- بله

$$p = 2\pi r \text{ بله - ۲}$$

۳- شعاع (r) متغیر مستقل، محیط p و مساحت S متغیر وابسته

| | | | | | |
|---------------------------------|--------|-----------|--------|--------|---------|
| ۴- بر حسب سانتی‌متر (شعاع) r | ۱ | ۱/۵ | ۲ | ۳ | ۴ |
| S بر حسب سانتی‌متر مربع (مساحت) | π | $2/25\pi$ | 4π | 9π | 16π |
| p بر حسب سانتی‌متر (محیط) | 2π | 2π | 4π | 6π | 8π |

۱۱

$$(m + 1)x + my = 3 \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{m + 1}{m}$$

الف) دو خط موازی شیب‌های مساوی دارند.

$$(1 + 3m)y = 5 - 3mx \Rightarrow \text{شیب} = \frac{-3m}{1 + 3m}$$

$$\frac{-(m + 1)}{m} = \frac{-3m}{1 + 3m} \xrightarrow{\text{بنابراین}} (m + 1)(1 + 3m) = m(3m) \Rightarrow 3m^2 + 4m + 1 = 3m^2$$

$$\Rightarrow 4m = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

۱۲

ب) حاصل ضرب شیب‌های دو خط عمود بر هم مساوی -۱ می‌باشد بنابراین:

$$\frac{m + 1}{m} \times \frac{-3m}{1 + 3m} = -1 \Rightarrow \frac{-3m - 3}{1 + 3m} = 1 \Rightarrow -3m - 3 = 1 + 3m \Rightarrow -6m = 4 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

فیلیمو مدرسه

طول هر نقطه روی محور عرض‌ها برابر صفر است.

$$\Lambda = (0, -1) \text{ نقطه تقاطع}$$

$$\Lambda \in y = ax^2 + x + b \rightarrow -1 = b$$

$$\Lambda \in y = x + 3a \rightarrow -1 = 3a \rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

۱۳

فیلیمو مدرسه

$$f(x - 1) = \frac{x + 3}{x + 1} \Rightarrow x - 1 = t \Rightarrow x = t + 1$$

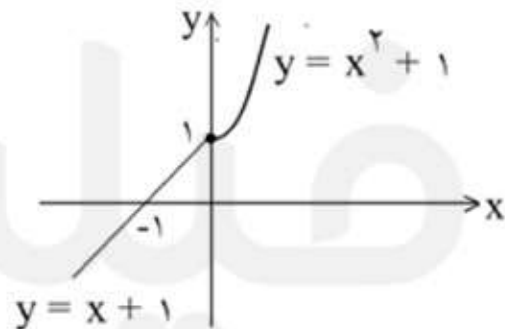
$$f(t) = \frac{t + 1 + 3}{t + 1 + 1} \Rightarrow f(t) = \frac{t + 4}{t + 2} \Rightarrow f(x) = \frac{x + 4}{x + 2} \Rightarrow f(-1) = \frac{3}{1} = 3$$

۱۴

فیلیمو مدرسه

$$s(0, 1)$$

| | | | | |
|---|----|----|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 |
| y | -1 | 0 | 1 | 2 |



۱۵

فیلیمو مدرسه