

فیلیمو  
مدرسه



# نمونه سوالات فصل اول ریاضی و آمار دهم

گرفتن با  
فیلیمو مدرسه  
راحتت!

۲۰

FilimoSchool.com

- ویدیوهای آموزشی
- معلم خصوصی
- خلاصه درس و جزوه
- سوالات تستی و تشریحی

به ازای چه مقدار  $k$ ، معادله  $\frac{4-t}{2-2t} = \frac{3t^2+k}{(t^2+1)^2 - 68}$  دارای جواب  $t = -3$  است؟

۱

فیلیمو مدرسه

مساحت مثلث و مستطیل در شکل زیر مساوی‌اند، طول و عرض این مستطیل چه قدر است؟



۲

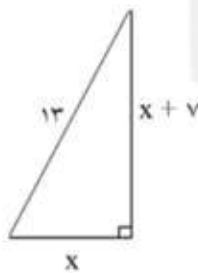
فیلیمو مدرسه

هنگامی که دو چاپگر با هم کار می‌کنند، فیش حقوق کارگران یک کارخانه در ۲ ساعت چاپ می‌شود. اگر چاپگر قدیمی‌تر به تنهایی برای این کار، ۳ ساعت زمان بیشتری نسبت به چاپگر جدیدتر نیاز داشته باشد، در این صورت هر کدام از چاپگرها به تنهایی در چند ساعت این کار را تکمیل می‌کنند؟

۳

فیلیمو مدرسه

در مثلث قائم‌الزاویه زیر مقدار  $x$  را با استفاده از قضیه فیثاغورث به دست آورید. (به روش  $\Delta$ )



۴

فیلیمو مدرسه

حروف الفبای فارسی از «الف» تا «ی» را به ترتیب از ۱ تا ۳۲ شماره‌گذاری کرده ایم. هر حرف بدون نقطه با شماره‌ی آن حرف از ۱ تا ۳۲ مشخص می‌شود. حروف نقطه‌دار به صورت  $ax^n$  مشخص شده‌اند که در آن  $a$  شماره‌ی حرف الفبا و  $n$  تعداد نقاط حرف موردنظر است. به عنوان مثال حرف «ح» با عدد ۸ مشخص می‌شود؛ زیرا هشتمین حرف الفبای فارسی است و حرف «ت» با عبارت  $2x^2$  مشخص می‌شود؛ زیرا چهارمین حرف الفباست ( $a=4$ ) و دارای دو نقطه است ( $n=2$ ). حال با توجه به توضیح فوق: الف) جدول زیر را کامل کنید:

الگوی ریاضی معادل آن	کلمه به زبان فارسی
	آب
$3x^3 + 1$	
	ذرت

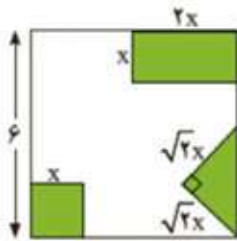
۵

ب) الگوی ریاضی معادل کلمه «پیامبر رحمت» را مشخص کنید.  
 پ) آیا می‌توانید با این روش نام خود را با رمز ریاضی بیان کنید؟  
 ت) با الگوی فوق یک پیام کوتاه برای دوست خود بنویسید.

فیلیمو مدرسه

نشان دهید در هر معادله‌ی درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر مجموع ضرایب معادله برابر صفر باشد ( $a + b + c = 0$ ) یکی از ریشه‌های معادله‌ی  $x = 1$  و دیگری  $x = \frac{c}{a}$  است.

۶



از مربعی به ضلع 6cm سه شکل روبه‌رو بریده شده است. مساحت باقی‌مانده  $24 \text{ cm}^2$  است. طول ضلع کوچک بریده شده چه قدر است؟

۷

فیلمو مدرسه

در یک کارخانه، حقوق یک مهندس دو برابر یک فن‌ورز (تکنسین) و  $\frac{2}{3}$  مدیر بخش خود است. قسمت تولید این کارخانه 3 مدیر بخش، 8 مهندس و 12 فن‌ورز دارد. مدیرعامل کارخانه برای این قسمت ماهیانه 55/5 میلیون تومان حقوق پرداخت می‌کند. حقوق یک فن‌ورز در این کارخانه ماهیانه چه قدر است؟

۸

فیلمو مدرسه

معادله‌ی درجه دومی بنویسید که  $x = 2$  و  $x = -3$  جواب‌های آن باشد.

۹

فیلمو مدرسه

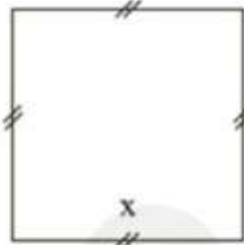
نیما از پسرعمویش کیان، سه سال بزرگ‌تر است. اگر حاصل‌ضرب سن این دو 40 باشد، پسرعموی کوچک‌تر چند سال دارد؟

اگر سن نیما برابر  $x$  باشد، طبق فرض مسئله، سن کیان برابر ..... است. بنابراین:  $x \times (\dots) = 40$   
 (آ) آیا می‌توانید جواب‌های معادله‌ی فوق را حدس بزنید؟ این معادله از درجه‌ی چند است؟  
 (ب) این معادله چند جواب دارد؟ آیا عدد منفی هم در معادله صدق می‌کند؟ این جواب در این سؤال معنی دارد؟

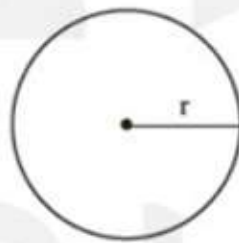
۱۰

فیلمو مدرسه

اگر مجموع مساحت‌های دو شکل زیر برابر 6 باشد، طول ضلع مربع چه قدر است؟



شکل (۱)



شکل (۲)

$$r = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} x$$

۱۱

فیلمو مدرسه

برای چه مقدار از  $a$  معادله‌ی  $a^2 x^2 - ax + a + 1 = 0$  دارای ریشه‌ی مضاعف است.

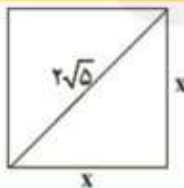
۱۲

فیلمو مدرسه

اگر  $a$  عددی مثبت باشد و طول اضلاع یک مثلث قائم الزاویه برابر  $2a$  و  $2a+1$  و  $2a+2$  باشد. طول وتر مثلث را به دست آورید.

۱۳

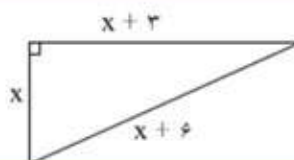
فیلمو مدرسه



محیط مربعی را به دست آورید که قطر آن  $2\sqrt{5}$  باشد.

۱۴

فیلمو مدرسه



در مثلث قائم‌الزاویه زیر مقدار  $x$  را با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورث به دست آورید.  
 (به روش  $\Delta$ )

۱۵

$$1 = -2 \Rightarrow \frac{2 - (-2)}{2 - 2(-2)} = \frac{2(-2)^2 + k}{\underbrace{((-2)^2 + 1)}_{10} - 6\lambda} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{2\lambda + k}{22} \Rightarrow \frac{(2\lambda + k) \times 1}{22 \times 1} = \frac{2 \times 2}{8 \times 2} = 0$$

۱

$$\Rightarrow \frac{2\lambda + k - 2\lambda}{22} = 0 \Rightarrow k - 1 = 0 \Rightarrow k = 1$$

$$3x^2 + 5x + 2 = 3x^2 + 6x \Rightarrow \cancel{3x^2} + \underline{5x} + 2 - \cancel{3x^2} - \underline{6x} = 0 \Rightarrow -x = -2 \Rightarrow x = 2$$

عرض × طول = مساحت مستطیل

$$\text{مساحت مستطیل} = (3x + 2)(x + 1) = 3x^2 + 3x + 2x + 2 = 3x^2 + 5x + 2$$

$$\text{طول مستطیل} = 3x + 2 \Rightarrow 3 \times 2 + 2 = 8$$

$$\text{عرض مستطیل} = x + 1 \Rightarrow 2 + 1 = 3$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2}(3x + 6)(x) = 3x^2 + 6x$$

۲

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1 \times 2(x+3)}{x \times 2(x+3)} + \frac{1 \times 2x}{(x+3) \times 2x} - \frac{1 \times x(x+3)}{2 \times x(x+3)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x + 12 + 4x - x^2 - 3x}{2x(x+3)} = 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 5x + 12}{2x(x+3)} = 0 \Rightarrow -x^2 + 5x + 12 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 25 + 48 = 73 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{73}}{-2}$$

۳

$$(x+7)^2 + x^2 = 13^2 \Rightarrow x^2 + 14x + 49 + x^2 - 169 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 14x - 120 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 240}}{2} = \frac{-7 \pm 17}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -12 \end{cases}$$

مقدار منفی برای x غیر قابل قبول است

۴

الگوی ریاضی معادل آن	کلمه به زبان فارسی
$2x + 1$	آب
$3x^3 + 1$	آپ
$4x^2 + 12 + 11x$	ذرت

(الف)

$$4x^2 + 28 + 8 + 12 + 12 + 2x + 28 + 1 + 32 + 3x^2$$

(ب)

(ب) پاسخ به عهدی دانش آموز

$$28 + 1 + 27 + 15$$

(ت) سلام

$$28 + 4x^2 + 15 + 31 + 30 + 4x^2 + 4x^2 + 15 + 30 + 10 + 29x + 28$$

من دوست تو هستم.

۵

$$b = -a - c$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 + c^2 + 2ac - 4ac = (a - c)^2$$

$$\Delta = (a - c)^2 > 0 \rightarrow \text{معادله ۲ ریشه دارد}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-a - c) \pm \sqrt{(a - c)^2}}{2a} \Rightarrow x = \frac{a + c + a - c}{2a} = \frac{2a}{2a}$$

$$\Rightarrow x = 1 \quad \& \quad x = \frac{a + c - a + c}{2a} = \frac{2c}{2a} \Rightarrow x = \frac{c}{a}$$

۶

$$\begin{aligned} \text{مساحت مربع بزرگ} &= 6^2 = 36 \\ \text{مساحت مربع کوچک} &= x^2 \\ \text{مساحت مستطیل} &= x \times 2x = 2x^2 \\ \text{مساحت مثلث} &= \frac{1}{2}(\sqrt{2}x)(\sqrt{2}x) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} \times x^2 = x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مجموع قسمت‌های رنگی} &= x^2 + 2x^2 + x^2 = 4x^2 \\ \text{مساحت باقی‌مانده} &= \text{مساحت رنگی} - \text{مساحت مربع بزرگ} \end{aligned}$$

$$36 - 4x^2 = 24 \Rightarrow \frac{4x^2}{4} = \frac{12}{4} \Rightarrow x^2 = 3 \xrightarrow[\text{عق ق}]{\text{جذر}}$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

۷

$$\begin{aligned} \text{حقوق یک فن‌ورز} &= \text{فرض } x \\ \text{حقوق مهندس} &= 2 \text{ برابر حقوق فن‌ورز } = 2x \\ \frac{2}{3} \text{ حقوق مدیر} &= 2x \end{aligned}$$

$$\text{حقوق مهندس} = 2x$$

$$\frac{2}{3}x \times \text{حقوق مدیر} = 2x \Rightarrow \text{حقوق مدیر} = \frac{2x}{\frac{2}{3}} = 3x$$

$$\text{حقوق مدیر} = 3x$$

$$\text{میلیون تومان } 55/5 = 12 \text{ فن‌ورز} + 8 \text{ مهندس} + 3 \text{ مدیر}$$

$$\begin{aligned} &9x \quad 16x \quad 12x \\ \underbrace{3 \times 3x} + \underbrace{8 \times 2x} + \underbrace{12 \times x} &= 55/5 \end{aligned}$$

$$37x = 55/5 \Rightarrow x = \frac{55/5}{37} \Rightarrow x = 1/5 \quad \text{میلیون تومان حقوق فن‌ورز}$$

$$x = 1 \text{ یا } x = 1$$

$$x - 1 = 0 \text{ یا } x - 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 1) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

۸

۹

$$x \text{ سن کیان ، } x + 3 \text{ سن نیما}$$

یا

$$x - 3 \text{ سن کیان ، } x \text{ سن نیما}$$

$$x \times (x - 3) = 40$$

اگر سن نیما برابر  $x$  باشد، طبق فرض مسئله، سن کیان برابر  $x - 3$  است. بنابراین:

(آ) یک جواب  $x = 8$  و یک جواب  $x = -5$  از درجه ۲

(ب) این معادله ۲ جواب دارد - بله، صدق می‌کند - خیر،  $x = -5$  غیر قابل قبول است، چون سن نمی‌تواند عدد منفی

باشد. پس:  $x = 8$  سن نیما

$$\text{سن پسرعموی نیما } x - 3 = 8 - 3 = 5$$

۱۰

$$\text{مساحت مربع} = x^2$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 = \pi \left( \frac{1}{\sqrt{2}\pi} x \right)^2 = \pi^1 \times \frac{1}{2\pi} x^2 = \frac{x^2}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{x^2}{2} = 6 \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

۱۱

$\Delta = 0 \Rightarrow$  ریشه مضاعف

$$\Rightarrow (-a)^2 - 2(a^2)(a+1) = 0 \Rightarrow a^2(1-2a-2) = 0 \Rightarrow a^2(-3-2a) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 0 \Rightarrow a = 0 & \text{غ ق ق} \\ -3-2a = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

۱۲

در صورتی که  $a = 0$  باشد معادله به درجه اول تبدیل نمی شود.

فیلیمو مدرسه

$$(2a+2)^2 = (2a+1)^2 + (2a)^2 \Rightarrow 2a^2 + 8a + 4 = 2a^2 + 2a + 1 + 2a^2 \quad (0/25)$$

$$2a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 2(4)(-3) = 64 \quad \begin{cases} a = \frac{2+8}{4} = \frac{12}{4} = 3 & (0/25) \\ a = \frac{2-8}{4} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2} & (0/25) \end{cases}$$

۱۳

$$2a+2 = 2\left(\frac{12}{4}\right) + 2 = 5 = \text{طول وتر} \quad (0/25) \quad 2a+2 = 2\left(-\frac{3}{2}\right) + 2 = 1 \quad \text{غیر قابل قبول} \quad (0/25)$$

فیلیمو مدرسه

$$x^2 + x^2 = (2\sqrt{5})^2$$

به کمک رابطه‌ی فیثاغورث داریم:

$$\frac{x^2}{y} = \frac{20}{2} \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \pm\sqrt{10}$$

بنابراین:

پس اندازه‌ی هر ضلع مربع با در نظر گرفتن این که اندازه‌ی ضلع مثبت است، برابر  $x = \sqrt{10}$  است و محیط مربع فوق

$$p = 2x \Rightarrow p = 2\sqrt{10} \quad \text{برابر است با:}$$

معادله‌ی  $2x^2 = 20$  را یک معادله‌ی درجه دوم می‌نامیم.

۱۴

فیلیمو مدرسه

$$(x+3)^2 + x^2 = (x+6)^2 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 + x^2 = x^2 + 12x + 36 \Rightarrow x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 108}}{2} = \frac{6 \pm 12}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 9 & \checkmark \\ x_2 = -3 & \times \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۱۵