



# نمونه سوالات فصل دوم هندسه دهم

گرفتن با  
فیلیمو مدرسه  
راحت‌ه!

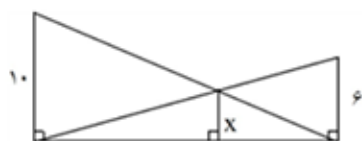
۲۰

FilimoSchool.com

- ویدیوهای آموزشی
- معلم خصوصی
- خلاصه درس و جزوه
- سوالات تستی و تشریحی

۱ ثابت کنید اگر در یک دوزنقه قائم الزاویه قطرها بر هم عمود باشند، آنگاه ارتفاع دوزنقه واسطه هندسی بین دو قاعده است.

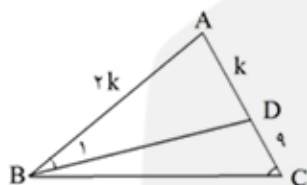
فیلیمو مدرسه



مقدار X را حساب کنید.

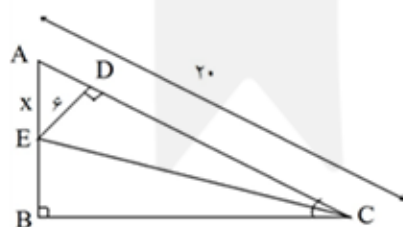
فیلیمو مدرسه

۲ در شکل زیر مقدار k را تعیین کنید.  $(\hat{B}_1 = \hat{C})$



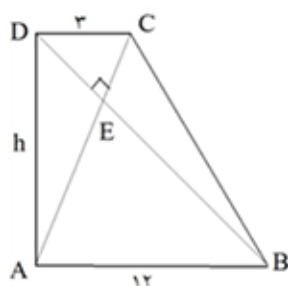
فیلیمو مدرسه

۳ در شکل زیر مقدار X را محاسبه کنید.  $(\widehat{ACE} = \widehat{BCE})$



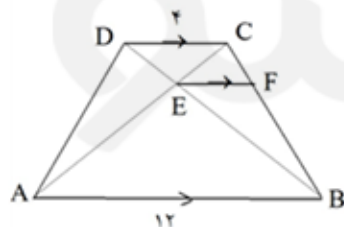
فیلیمو مدرسه

۴ در شکل مقابل مطلوب است اندازه ضلع BC:  $(AC \perp BD)$



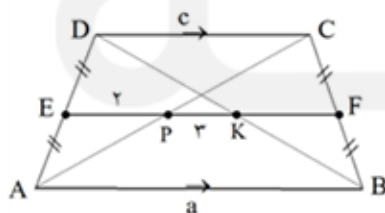
فیلیمو مدرسه

۵ در شکل زیر مطلوب است اندازه ی پاره خط EF:



فیلیمو مدرسه

۶ در شکل زیر مطلوب است حاصل ac:



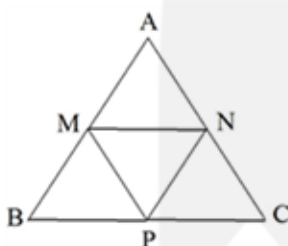
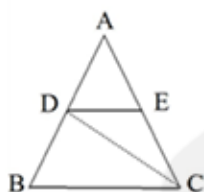
فیلیمو مدرسه

۷ سه چندضلعی متشابه روی سه ضلع یک مثلث قائم الزاویه می سازیم. ثابت کنید مساحت چندضلعی ساخته شده روی وتر برابر مجموع مساحت های ساخته شده روی دو ضلع دیگر است.

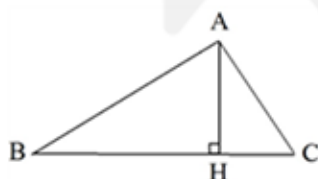
۹ اگر در مثلث  $ABC$  نقطه‌ی  $M$  و  $N$  طوری روی ضلع‌های  $AB$  و  $AC$  انتخاب شوند که داشته باشیم  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$  ثابت کنید که  $MN$  موازی  $BC$  است.



در شکل زیر  $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$ ،  $DE \parallel BC$  مساحت  $ADE$  و  $DEC$  را به دست آورید.



در شکل مقابل  $M$ ،  $N$ ،  $P$  وسط اضلاع مثلث  $ABC$  هستند. چرا دو مثلث  $ABC$  و  $MNP$  با هم متشابه‌اند و نسبت تشابه چند است؟



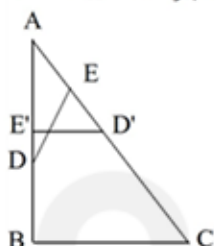
با در نظر گرفتن مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر، روابط را اثبات کنید.

الف)  $AB^2 = BC \cdot BH$

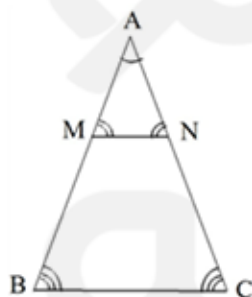
ب)  $AH^2 = BH \cdot CH$



در شکل روی  $AC$ ،  $AD'$  را هم‌اندازه‌ی  $AD$  و روی  $AB$ ،  $AE'$  را هم‌اندازه‌ی  $AE$  جدا کنید. چرا  $D'E' \parallel BC$ ؟



$$\begin{aligned} AD' &= AD \\ AE' &= AE \end{aligned}$$



اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر (و یا امتداد آنها) را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آنها تشکیل می‌دهد که با مثلث اصلی متشابه است. (قضیه‌ی اساسی تشابه)

۱- زاویه‌های  $\angle M$  و  $\angle N$  به ترتیب با زاویه‌های  $\angle B$  و  $\angle C$  برابرند. چرا؟

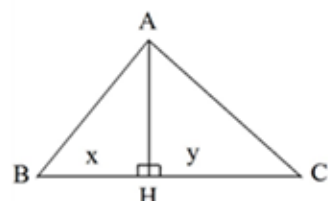
۲- با توجه به تعمیم قضیه‌ی تالس تناسب زیر را کامل کنید:

$$\frac{AM}{\dots} = \frac{MN}{AC} = \frac{MN}{\dots}$$

۳- از گزینه ۱ و ۲ در مورد مثلث‌های  $AMN$  و  $ABC$  چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟



با توجه به شکل زیر و این که  $BC = 6$  و  $S_{ABH} = 4$  و  $S_{AHC} = 9$ ، مقادیر  $x$  و  $y$  را به دست آورید.



۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

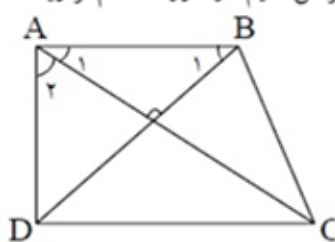
۱۴

۱۵

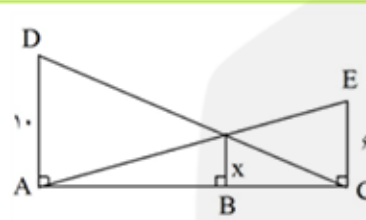
فرض کنیم در دوزنقه قائم الزاویه ABCD قطرهای AC و BD بر هم عمود باشند.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 + \hat{A}_1 = 90 \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}_2$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{A} = \hat{D} = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ADC$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AD^2 = AB \times DC$$


۱



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AB}{AC} = \frac{x}{6} \\ \frac{BC}{AC} = \frac{x}{10} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{جمع می کنیم}}$$

$$\frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} = \frac{x}{6} + \frac{x}{10}$$

۲

$$\Rightarrow \frac{AB+BC}{AC} = \frac{10x+6x}{60} \Rightarrow 1 = \frac{16x}{60} \Rightarrow x = \frac{60}{16} \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

بنا بر تشابه دو زاویه مساوی

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A} \text{ مشترک} \\ \hat{B}_1 = \hat{C} \end{array} \right. \xrightarrow{\triangle ABD \sim \triangle ABC} \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{2k}{k+9} = \frac{k}{2k} \Rightarrow 2k = k+9 \Rightarrow 3k = 9 \Rightarrow k = 3$$

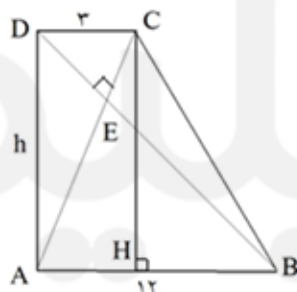
۳

$$\triangle ABC : AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 400 = AB^2 + 144 \Rightarrow AB^2 = 256 \Rightarrow AB = 16$$

$$\hat{C} \text{ روی نیمساز } E \Rightarrow EB = EC = 6$$

$$x = AE = AB - BE = 16 - 6 = 10$$

۴



۵

$$h^2 = DC \times AB \Rightarrow h^2 = 3 \times 12 = 36 \Rightarrow h = 6$$

از C عمود CH را بر AB رسم می کنیم در این صورت:

$$BH = AB - AH \xrightarrow{AH = DC = 3} BH = 12 - 3 = 9$$

$$\triangle BCH : BC^2 = CH^2 + BH^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$

$$\frac{1}{EF} = \frac{1}{DC} + \frac{1}{AB} \Rightarrow \frac{1}{EF} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow EF = 3$$

۶

۷

$$\triangle ADC : EP = \frac{1}{4} DC \Rightarrow 2 = \frac{1}{4} c \Rightarrow c = 8$$

$$PK = \frac{1}{4} |a - c| \Rightarrow 3 = \frac{1}{4} |a - 8| \Rightarrow |a - 8| = 12 \Rightarrow a = 20 \Rightarrow ac = 160$$

فرض: c وتر مثلث قائم الزاویه باشد و a و b اندازه‌ی دو ضلع زاویه قائمه

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 1 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} \Rightarrow 1 = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 \quad (*)$$

بنابراین:

از آنجا که چندضلعی‌های ساخته شده با هم متشابه هستند و نسبت مساحت‌ها با مجذور نسبت تشابه برابر است:

$$S_1 \Rightarrow c \text{ چندضلعی ساخته شده روی ضلع } c$$

$$S_2 \Rightarrow a \text{ چندضلعی ساخته شده روی ضلع } a$$

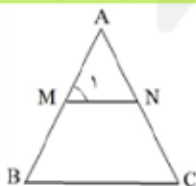
$$S_3 \Rightarrow b \text{ چندضلعی ساخته شده روی ضلع } b$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{a}{c}\right)^2, \quad \frac{S_3}{S_1} = \left(\frac{b}{c}\right)^2$$

با توجه به مطالب بیان شده می‌توانیم بنویسیم:

با توجه به رابطه‌ی (۱) می‌توانیم بنویسیم:

$$1 = \frac{S_2}{S_1} + \frac{S_3}{S_1} \Rightarrow 1 = \frac{S_2 + S_3}{S_1} \Rightarrow S_1 = S_2 + S_3$$



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{ترکیب در}} \frac{AM}{MB + AM} = \frac{AN}{AN + NC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad (1)$$

دو مثلث AMN و ABC بنا به حالت متناسب بودن دو ضلع (۱) و برابری یک زاویه با هم متشابه هستند. بنابراین داریم  $\widehat{M} = \widehat{B}$  با در نظر گرفتن خط AB به عنوان خط مورب و برابری  $\widehat{M}_1 = \widehat{B}$  می‌توان نتیجه گرفت که  $MN \parallel BC$  است.

۹

$$\text{چون } DE \parallel BC, \text{ پس } \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{3}{5} \xrightarrow[\text{تفضیل در مخرج}]{\text{}} \frac{AE}{AC - AE} = \frac{3}{5 - 3} \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{3}{2}$$

چون دو مثلث در راس D مشترک‌اند و قاعده‌های آن‌ها بر روی یک خط قرار گرفته است.

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{AE}{EC} = \frac{3}{2}$$

بنابراین نسبت مساحت‌ها برابر با  $\frac{3}{2}$  است.

۱۰

از آنجا که M و N وسط ضلع‌های AB و AC واقع هستند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$1 = \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \xrightarrow[\text{طبق عکس تالس}]{\text{}} MN \parallel BC$$

هم‌چنین چون N و P وسط ضلع‌های AC و BC هستند، تناسب زیر را داریم:

$$1 = \frac{AN}{NC} = \frac{BP}{PC} \Rightarrow AB \parallel NP$$

$$NP \parallel AB \Rightarrow \widehat{N} = \widehat{B} \quad (1) \text{ متوازی الاضلاع MNPB}$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \widehat{C} = \widehat{M} \quad (2) \text{ متوازی الاضلاع MNCP}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle MNP \text{ برابری دو زاویه}$$

با توجه به (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{NC}{AC} = \frac{1}{2} \xrightarrow[\text{متوازی الاضلاع NCPM}]{\text{}} \frac{MP}{AC} = \frac{1}{2}$$

نسبت تشابه:

۱۱

$$\text{الف) } \triangle ABC \sim \triangle ABH \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BH$$

۱۲

$$\text{ب) } \triangle ABH \sim \triangle AHC \Rightarrow \frac{AH}{BH} = \frac{HC}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot HC$$

فیلیمو مدرسه

اثبات می‌کنیم که قطعات ایجاد شده توسط  $DD'$  روی ضلع‌های  $AB$  و  $AC$  با هم متناسب هستند.

$$\frac{AD'}{AC} \xrightarrow{AD' = AD} \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AD'}{AC} = \frac{1}{2} \quad (۱)$$

۱۳

$$\frac{AE'}{AB} \xrightarrow{AE' = AE} \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AE'}{AB} = \frac{1}{2} \quad (۲)$$

از ۱ و ۲ طبق عکس قضیه‌ی تالس نتیجه می‌گیریم که  $BC \parallel D'E'$ .

فیلیمو مدرسه

$$BC \parallel MN, AB \text{ مورب} \Rightarrow \angle M = \angle B$$

-۱

$$BC \parallel MN, AC \text{ مورب} \Rightarrow \angle N = \angle C$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

-۲

۱۴

۳- این دو مثلث با هم متشابه هستند.

فیلیمو مدرسه

$$\frac{S_{ABH}}{S_{AHC}} = \frac{BH}{HC} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{x}{y} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{4}{4+9} = \frac{x}{x+y} \xrightarrow{x+y=BC=6} \frac{4}{13} = \frac{x}{6}$$

$$\frac{4}{13} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = \frac{24}{13}$$

$$y = 6 - \frac{24}{13} = \frac{54}{13}$$

۱۵