فیلیمو مدرسه

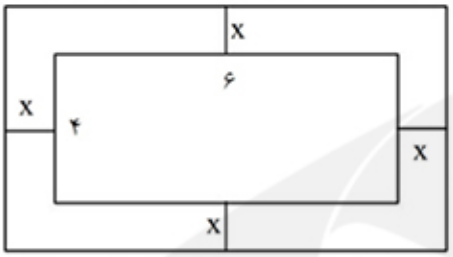
نمونه سوالات
فصل چهارم ریاضی دهم

۲۰ گرفتن با فیلیمومدرسه راحته!

FilimoSchool.com

- ویدیوهای آموزشی
- معلم خصوصی
- خلاصه درس و جزوه
- سوالات تستی و تشریحی

۱ یک عکس به ابعاد ۴ در ۶ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۸۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصلهٔ همهٔ لبه‌های عکس تا قاب برابر x باشد، مقدار x را پیدا کنید.

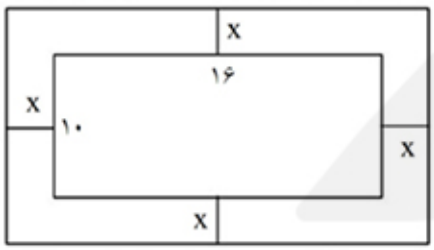


۲ مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{-(x+۴)^۲}{x+۵} > ۰$ را به دست آورید.

۳ جواب نامعادلهٔ زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$\frac{(x-۱)^۲}{x^۲-۹} < ۰$$

۴ یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۶ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۲۸۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصلهٔ همهٔ لبه‌های عکس تا قاب برابر x باشد، مقدار x را پیدا کنید.



۵ معادله سهمی را بنویسید که محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱- و محور طول‌ها را در نقاطی به طول ۱ و ۲ قطع کند.

۶ سهمی به معادله $y = x^۲ - ۴x + ۳$ را رسم کنید. سهمی ماکسیمم یا مینیمم دارد؟ مقدار آن چقدر می‌باشد؟

۷ مقدار m را چنان بیابید که معادله $x^۲ + (m+۲)x + ۲m = ۰$ دارای یک ریشه مضاعف باشد.

۸ معادله‌های زیر را به روش خواسته شده به‌دست آورید.

مربع کامل) $x^۲ + ۲\sqrt{۲}x - ۱۴ = ۰$

تجزیه) $x^۲ - ۴ = ۰$

روش Δ) $۳x^۲ + ۵x - ۸ = ۰$

۹ عدد ۳ بین ریشه‌های معادله $-x^۲ + ۵x + m = ۰$ قرار دارد، حدود m را تعیین کنید.

۱۰ عبارت $A = ۳x^۲ + ۵x - ۲$ را به کمک اتحادهای جبری تجزیه کنید.

۱۱ موشکی با زاویه معینی به هوا شلیک شده است.

ارتفاع موشک t ثانیه پس از پرتاب از معادله $y = -۵t^۲ + ۵۰t + ۵۵$ به دست می‌آید. معین کنید پس از چند ثانیه موشک به بیشترین ارتفاع خود می‌رسد؟ پس از چند ثانیه موشک به زمین برخورد می‌کند؟

۱۲ مجموعه جواب نامعادله زیر را به شکل بازه بنویسید.

$$\left|\frac{x-۱}{۵}-۲\right| > ۷$$

۱۳ اگر جدول تعیین علامت $p(x)=\frac{(x-۱)(x^۲+ax+b)}{۲x+c}$ به صورت زیر باشد a , b , c را حساب کنید.

x	$-\infty$		-۲		۱		۳		$+\infty$
$p(x)$		$+$	۰	$-$	۰	$-$	∄	$+$	

۱۴ اگر جواب تعیین علامت $p(x)=\frac{(x-۳)(ax^۲+bx+۱۰)}{۲x+c}$ به صورت زیر باشد a , b , c را حساب کنید.

x	$-\infty$		-۲		۳		۵		$+\infty$
$p(x)$		$+$	∄	$-$	۰	$+$	۰	$-$	

۱۵ جواب نامعادله $|x+|x-۲|| < ۱۰$ را حساب کنید.

۱

$S = (2x + 6)(2x + 4) = 80 \Rightarrow 4x^2 + 8x + 12x + 24 - 80 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 + 20x - 56 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 7) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 & \text{ق ق} \\ x = -7 & \text{غ ق ق} \end{cases}$

۲

$\frac{-(x + 4)^2}{x + 5} > 0 \Rightarrow P(x) = \frac{-(x + 4)^2}{x + 5} \Rightarrow \begin{cases} -(x + 4)^2 = 0 \Rightarrow x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$

x	$-\infty$		-5		-4		$+\infty$
$-(x + 4)^2$		$-$		$-$	0	$-$	
$x + 5$		$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$+$	ب	$-$	0	$-$	
$P(x) > 0$		ج			ج		

مجموعه جواب $= (-\infty, -5) \cup \{-4\}$

۳

$\frac{(x - 1)^2}{x^2 - 9} < 0 \Rightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x^2 - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases}$

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
$(x - 1)^2$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$x^2 - 9$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
P		$+$	ب	$-$	0	$-$	ب	$+$	
$P < 0$				ج		ج			

مجموعه جواب $= (-3, 1) \cup (1, 3)$

۴

$S = (2x + 10)(2x + 16) = 280 \Rightarrow 4x^2 + 32x + 20x + 160 - 280 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 + 52x - 120 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 + 13x - 30 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 15) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 & \text{ق ق} \\ x = -15 & \text{غ ق ق} \end{cases}$

۵

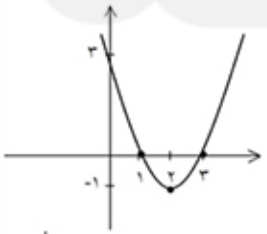
$c = -1$

$x_1 = 1, x_2 = 2 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{1 + 2}{2} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \Rightarrow b = -3a$

$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow y = ax^2 - 3ax - 1 \xrightarrow{(1, 0)} 0 = a - 3a - 1 \Rightarrow 2a = -1$

$\Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1$

۶



۱	۲	۳	
۰	-۱	۰	

$-\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 2$

Min $= -1$ مینیمم دارد

۷

$$\Delta = ۰ \Rightarrow (m+۲)^۲ - ۴(۲m) = ۰ \Rightarrow m^۲ + ۴m + ۴ - ۸m = ۰ \Rightarrow m^۲ - ۴m + ۴ = ۰$$
$$\Rightarrow (m-۲)^۲ = ۰ \Rightarrow m = ۲$$

۸

$x^۲ + ۲\sqrt{۲}x - ۱۴ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۲\sqrt{۲}x = ۱۴ \Rightarrow x^۲ + ۲\sqrt{۲}x + ۲ = ۱۴ + ۲$ (مربع کامل)

$$\Rightarrow \left(x + \sqrt{۲}\right)^۲ = ۱۶ \Rightarrow x + \sqrt{۲} = \pm\sqrt{۱۶} \Rightarrow x + \sqrt{۲} = ۴ \Rightarrow x = ۴ - \sqrt{۲}$$
$$\Rightarrow x + \sqrt{۲} = -۴ \Rightarrow x = -۴ - \sqrt{۲}$$

$x^۲ - ۴ = ۰ \Rightarrow (x-۲)(x+۲) = ۰ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow x = -۲$ (تجزیه)

$۳x^۲ + ۵x - ۸ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۲۵ - (-۸)(۳)(۴) = b^۲ - ۴ac$ (روش Δ)

$$\Rightarrow \Delta = ۲۵ + ۹۶ = ۱۲۱ \Rightarrow x_{۱,۲} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} \Rightarrow x_{۱,۲} = \frac{-۵ \pm ۱۱}{۶} \Rightarrow \begin{matrix} x_۱ = ۱ \\ x_۲ = -\frac{۱۶}{۶} = -\frac{۸}{۳} \end{matrix}$$

۹

$$x = \frac{-۵ \pm \sqrt{۲۵ - ۴(-۱)(m)}}{-۲} = \frac{-۵ \pm \sqrt{۲۵ + ۴m}}{-۲}$$

$$۲۵ + ۴m > ۰ \Rightarrow ۴m > -۲۵ \Rightarrow m > -\frac{۲۵}{۴}$$

$$\frac{-۵ + \sqrt{۲۵ + ۴m}}{-۲} < ۳ < \frac{-۵ - \sqrt{۲۵ + ۴m}}{-۲} \Rightarrow \frac{-۵ + \sqrt{۲۵ + ۴m}}{-۲} < ۳ \Rightarrow -۵ + \sqrt{۲۵ + ۴m} > -۶$$
$$\Rightarrow \sqrt{۲۵ + ۴m} > -۱$$

$$۳ < \frac{+۵ + \sqrt{۲۵ + ۴m}}{۲} \Rightarrow ۶ < ۵ + \sqrt{۲۵ + ۴m} \Rightarrow ۱ < \sqrt{۲۵ + ۴m} \Rightarrow ۱ < ۲۵ + ۴m$$
$$-۲۴ < ۴m \Rightarrow -۶ < m \Rightarrow m > -۶$$

روش دوم:

سهمی $y = -x^۲ + ۵x + m$ محور xها را در دو نقطه قطع می‌کند (دو ریشه دارد). بنابراین سهمی به ازای $x = ۳$ باید مثبت شود.

$$\xrightarrow{x=۳} -(۳)^۲ + ۵(۳) + m > ۰ \Rightarrow m > -۶$$

۱۰

$$۳x^۲ + ۵x - ۲ = (۳x - ۱)(x + ۲)$$

۱۱

می‌دانیم مختصات رأس سهمی از رابطه $\left(\frac{-b}{۲a}, \frac{-\Delta}{۴a}\right)$ محاسبه می‌گردد.

$\frac{-b}{۲a} = \frac{-۵۰}{-۱۰} = ۵ \Rightarrow$ در $t = ۵s$ موشک به بیش‌ترین ارتفاع خود می‌رسد

لحظات برخورد موشک با زمین، همان ریشه‌های معادله‌اند:

$$\frac{-۵۰ \pm \sqrt{۲۵۰۰ + ۲۰ \times ۵۵}}{-۱۰} = \frac{-۵۰ \pm ۶۰}{-۱۰} \begin{matrix} \nearrow ۱۱ \checkmark \\ \searrow -۱ \text{ غ ق ق} \end{matrix}$$

$\Rightarrow$ پس از $۱۱s$ با زمین برخورد می‌کند.

۱۲

$$\left|\frac{x-۱}{۵} - ۲\right| > ۷ \Rightarrow \frac{x-۱}{۵} - ۲ < -۷ \text{ یا } \frac{x-۱}{۵} - ۲ > ۷$$

$$\xrightarrow{\times ۵} x - ۱ - ۱۰ < -۳۵ \text{ یا } x - ۱ - ۱۰ > ۳۵ \Rightarrow x < -۲۴ \text{ یا } x > ۴۶$$

مجموعه جواب $= (-\infty, -۲۴) \cup (۴۶, +\infty)$

۱۳ از آن‌جا که علامت در دو طرف $x = ۱$ تغییر نکرده بنابراین چندجمله‌ای درجه دو صورت باید $(x - ۱)$ و $(x + ۲)$ باشد.

$$(x - ۱)(x + ۲) = x^۲ + x - ۲ = x^۲ + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ b = -۲ \end{cases}$$

و $x = ۳$ ریشه مخرج است:

$$\xrightarrow{x = ۳} ۲(۳) + c = ۰ \Rightarrow c = -۶$$

۱۴ با توجه به این‌که علامت دو طرف ریشه $x = ۵$ تغییر کرده بنابراین $ax^۲ + bx + ۱۰$ باید درجه اول باشد و $x = -۲$ ریشه مخرج است.

$$\xrightarrow{a = ۰} bx + ۱۰ = ۰ \xrightarrow{x = ۵} ۵b + ۱۰ = ۰ \Rightarrow b = -۲ \xrightarrow{x = -۲ \text{ ریشه مخرج است}}$$
$$۲(-۲) + c = ۰ \Rightarrow c = ۴$$

نکته: اگر علامت $p(x)$ برای $x > ۵$ مثبت نوشته بود در این حالت جواب نداشت.

۱۵

x	$x < ۲$	۲	$x \geq ۲$
$x - ۲$	$-$	۰	$+$

$$x \geq ۲ \Rightarrow |x + x - ۲| < ۱۰ \Rightarrow |۲x - ۲| < ۱۰ \Rightarrow -۱۰ < ۲x - ۲ < ۱۰ \xrightarrow{+۲} -۸ < ۲x < ۱۲$$
$$\xrightarrow{\div ۲} -۴ < x < ۶ \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط } x \geq ۲} ۲ \leq x < ۶ \quad (۱)$$
$$x < ۲ \Rightarrow |x - x + ۲| < ۱۰ \Rightarrow ۲ < ۱۰ \xrightarrow{\text{همواره درست بنابراین کل بازه جواب است}} x < ۲ \quad (۲)$$
$$\xrightarrow{(۱) \cup (۲)} (-\infty , ۶)$$