فیلیمو مدرسه

نمونه سوالات
فصل اول ریاضی دهم

۲۰ گرفتن با فیلیمومدرسه راحته!

FilimoSchool.com

- ویدیوهای آموزشی
- معلم خصوصی
- خلاصه درس و جزوه
- سوالات تستی و تشریحی

۱ اگر $A = \{2x \mid x \in R , -1 < x < 5\}$ و $B = \{x \mid 3x - 2 \in A\}$ آنگاه $A \cap B$ و $A - B$ را به‌صورت بازه بنویسید.

۲ در الگوی خطی $a_n = a(n+1)^2 - 3n^2 + abn - 2b + a$ اگر $a_5 = 49$ باشد:
الف) a , b را به‌دست آورید.
ب) جملهٔ عمومی دنباله را بنویسید.

۳ جمله‌های سوم و دهم یک دنبالهٔ حسابی به ترتیب جملهٔ چهارم و بیستم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جملهٔ پنجم الگوی خطی باشد، جملهٔ بیستم و یکم الگوی خطی چند برابر قدرنسبت دنبالهٔ حسابی است؟

۴ در دنبالهٔ حسابی $\ldots , 2x + 12 , z , 2x , y , x - 1$ اگر $x - 1$ جملهٔ اول دنباله باشد.
الف) x را به دست آورید.
ب) y , z را بیابید.
ج) جملهٔ عمومی آن را بنویسید.

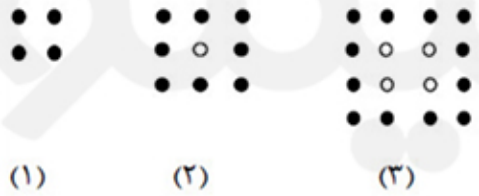
۵ اگر $\frac{n(A \cup B) + n(A \cap B) + 6}{5} = \frac{n(B) - 2}{2} = \frac{3n(A) + 10}{7}$ ، آنگاه $n(A)$ و $n(B)$ را به دست آورید.

۶ اگر $n(B - A) = 2n(A \cap B) = 12n(A - B)$ و $n(A \cup B) = 95$ باشد، تعداد اعضای مجموعهٔ B را به‌دست آورید.

۷ در یک دنباله حسابی با جملهٔ عمومی t_n ، حاصل $\frac{5t_8 - t_5 - 2t_6 + t_1}{t_5 + t_{11}}$ را به‌دست آورید.

۸ فرض کنید $A = (-2 , 7)$ و $B = (0 , 8)$ و $C = (-7 , 4)$ مجموعه $A - (B - C)$ را به صورت یک بازه بنویسید.

۹ در الگوی زیر تعداد دایره رنگی شکل دهم چندتاست؟



(۱) (۲) (۳)

۱۰ در میان ۷۰ نفر کارمندان یک شرکت، ۳۷ نفر دارای حساب بانک ملی و ۲۹ نفر دارای حساب بانک رفاه هستند و ۱۵ نفر هر دو حساب را داشته‌اند.
الف) چند نفر حداقل یکی از این دو حساب را داشته‌اند؟
ب) چند نفر فقط حساب بانک ملی دارند؟

۱۱ در الگوی خطی $a_n = 3an^2 + 5n - 6n^2 + a$:
الف) a را به دست آورید.
ب) جمله عمومی الگوی خطی را بنویسید.

۱۲ در دنبالهٔ هندسی ... , y , -۲۴ , x , -۶, ۳
الف) قدر نسبت دنبالهٔ هندسی را حساب کنید.
ب) y و x را به دست آورید.
ج) جمله عمومی آن را محاسبه کنید.

۱۳ در یک کلاس ۴۱ نفره، ۳۴ نفر به ریاضی و ۲۱ نفر به فیزیک علاقمند هستند و ۶ نفر به هیچ‌کدام از این دو درس علاقه ندارند. مطلوب است تعداد دانش‌آموزانی که:
الف) حداقل به یکی از این دو درس علاقمند باشند.
ب) فقط به یکی از این دو درس علاقمند باشند.

۱۴ اگر $A = [-۱ , +\infty)$ و $B = (-\infty , ۳]$ باشد، آنگاه مجموعه‌های زیر را به صورت بازه بنویسید.
الف) $A \cap B$
ب) $A - B$
ج) A'

۱۵ جمله عمومی دنباله درجه دو زیر را مشخص کنید.
..., -۱ , -۵ , -۷ , -۷

۱

$$-۱ < x < ۵ \xrightarrow{\times ۲} -۲ < ۲x < ۱۰ \Rightarrow A = [-۲ , ۱۰)$$

$$۳x - ۲ \in A \Rightarrow -۲ < ۳x - ۲ < ۱۰ \xrightarrow{+۲} ۰ < ۳x < ۱۲ \xrightarrow{\div ۳} ۰ < x < ۴ \Rightarrow B = [۰ , ۴)$$

$$A \cap B = [-۲ , ۱۰) \cap [۰ , ۴) = [۰ , ۴)$$

$$A - B = [-۲ , ۱۰) - [۰ , ۴) = [-۲ , ۰) \cup [۴ , ۱۰)$$

۲

الف) در الگوی خطی باید $n^۲$ حذف شود. بنابراین ضریب آن را صفر قرار می‌دهیم.

$$a_n = a(n^۲ + ۲n + ۱) - ۳n^۲ + abn - ۲b + a \Rightarrow a_n = an^۲ + ۲an + a - ۳n^۲ + abn - ۲b + a$$

$$\Rightarrow a_n = (a - ۳)n^۲ + (۲a + ab)n - ۲b + ۲a \Rightarrow a - ۳ = ۰ \Rightarrow a = ۳$$

$$\xrightarrow{a = ۳} a_n = (۶ + ۳b)n - ۲b + ۶ \Rightarrow a_۵ = ۴۹ \Rightarrow (۶ + ۳b) \times ۵ - ۲b + ۶ = ۴۹$$

$$\Rightarrow ۳۰ + ۱۵b - ۲b + ۶ = ۴۹ \Rightarrow ۱۳b + ۳۶ = ۴۹ \Rightarrow ۱۳b = ۱۳ \Rightarrow b = ۱$$

ب) با جاگذاری $a = ۳$ و $b = ۱$ جمله عمومی دنباله به‌صورت زیر است.

$$\begin{cases} a = ۳ \\ b = ۱ \end{cases} \Rightarrow a_n = ۹n + ۴$$

۳

دنبالهٔ حسابی را با t_n و الگوی خطی را با a_n نشان می‌دهیم.

$$\begin{cases} t_۳ = a_۴ \\ t_{۱۰} = a_{۲۰} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_۱ + ۲d = ۴a + b \\ t_۱ + ۹d = ۲۰a + b \end{cases} \Rightarrow ۷d = ۱۶a \Rightarrow d = \frac{۱۶}{۷}a$$

$$a_۵ = ۰ \Rightarrow ۵a + b = ۰ \Rightarrow b = -۵a$$

$$\frac{a_{۲۱}}{d} = \frac{۲۱a + b}{d} = \frac{۲۱a - ۵a}{\frac{۱۶}{۷}a} = \frac{۱۶a}{\frac{۱۶}{۷}a} = ۷$$

۴

الف)

$$\underbrace{x - ۱}_{a_۱} , y , \underbrace{۲x}_{a_۳} , z , \underbrace{۲x + ۱۲}_{a_۵} , \ldots \Rightarrow ۲a_۳ = a_۱ + a_۵ \Rightarrow ۲(۲x) = x - ۱ + ۲x + ۱۲$$

$$\Rightarrow ۴x = ۳x + ۱۱ \Rightarrow x = ۱۱$$

ب)

$$\xrightarrow{x = ۱۱} ۱۰ , y , ۲۲ , z , ۳۴ , \ldots \Rightarrow d = \frac{a_۳ - a_۱}{۳ - ۱} = \frac{۲۲ - ۱۰}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = ۶$$

$$\xrightarrow{d = ۶} ۱۰ , ۱۶ , ۲۲ , ۲۸ , ۳۴ , \ldots$$

$$\begin{cases} y = ۱۶ \\ z = ۲۸ \end{cases}$$

ج)

$$a_n = a_۱ + (n - ۱)d \xrightarrow{a_۱ = ۱۰ \text{ و } d = ۶} a_n = ۱۰ + (n - ۱)(۶) \Rightarrow a_n = ۱۰ + ۶n - ۶$$

$$\Rightarrow a_n = ۶n + ۴$$

۵

$$\frac{3n(A)+10}{7}=\frac{n(B)-2}{2}=\frac{n(A\cup B)+n(A\cap B)+6}{5}=t$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{3n(A)+10}{7}=t\Rightarrow n(A)=\frac{7t-10}{3}\\ \frac{n(B)-2}{2}=t\Rightarrow n(B)=2t+2\\ \frac{n(A\cup B)+n(A\cap B)+6}{5}=t\Rightarrow n(A\cup B)+n(A\cap B)=5t-6\end{cases}$$

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)\Rightarrow n(A\cup B)+n(A\cap B)=n(A)+n(B)$$

$$\Rightarrow 5t-6=2t+2+\frac{7t-10}{3}\xrightarrow{\times 3}15t-18=6t+6+7t-10$$

$$\Rightarrow 15t-18=13t-4\Rightarrow 2t=14\Rightarrow t=7$$

$$n(A)=\frac{7t-10}{3}\xrightarrow{t=7}n(A)=\frac{7(7)-10}{3}=\frac{39}{3}=13$$

$$n(B)=2t+2\xrightarrow{t=7}n(B)=14+2=16$$

۶

$$12n(A-B)=2n(A\cap B)=n(B-A)=t\Rightarrow\begin{cases}n(A-B)=\frac{t}{12}\\ n(A\cap B)=\frac{t}{2}\\ n(B-A)=t\end{cases}$$

$$n(A-B)+n(A\cap B)+n(B-A)=n(A\cup B)\Rightarrow\frac{t}{12}+\frac{t}{2}+t=95$$

$$\Rightarrow\frac{t+6t+12t}{12}=95\Rightarrow\frac{19t}{12}=95\Rightarrow\frac{t}{12}=5\Rightarrow t=60$$

$$n(B)=n(B-A)+n(A\cap B)=t+\frac{t}{2}=60+\frac{60}{2}=60+30=90$$

۷

با استفاده از جمله عمومی دنباله حسابی (عددی) داریم:

$$t_n=t_1+(n-1)d$$

$$\frac{5t_8-t_5-2t_6+t_1}{t_5+t_{11}}=\frac{5(t_1+7d)-(t_1+4d)-2(t_1+5d)+t_1}{t_1+4d+t_1+10d}$$

$$=\frac{5t_1+35d-t_1-4d-2t_1-10d+t_1}{2t_1+14d}=\frac{3t_1+21d}{2t_1+14d}=\frac{3(t_1+7d)}{2(t_1+7d)}=\frac{3}{2}$$

۸

$$B-C=[4,8)$$

$$A-(B-C)=(-2,7)-[4,8)=(-2,4)$$

۹

روش اول: تعداد کل دایره‌های هر شکل از رابطهٔ $a_n=(n+1)^2$ و تعداد دایره‌های سفید از رابطهٔ $b_n=(n-1)^2$ به دست می‌آید، پس تعداد دایره‌های رنگی از رابطهٔ $C_n=(n+1)^2-(n-1)^2$ به دست خواهد آمد.

$$n=10\Rightarrow C_{10}=11^2-9^2=(11-9)(11+9)=2\times 20=40$$

روش دوم: تعداد دایره‌های رنگی هر شکل را می‌نویسیم:

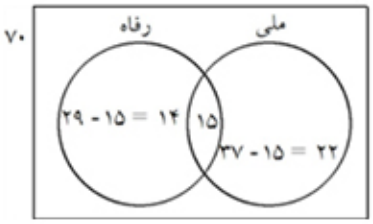
$$4,8,12,16,\ldots$$

یک دنباله حسابی است با قدرنسبت ۴ و جملهٔ اول ۴ پس ضابطه‌اش به صورت $a_n=4n$ خواهد بود. در نتیجه:

$$a_{10}=4\times 10=40$$

۱۰

الف)
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$\Rightarrow n(A \cup B) = ۲۹ + ۳۷ - ۱۵ = ۵۱$$
یا با توجه به نمودار ون: $n(A \cup B) = ۱۵ + ۲۲ + ۱۴ = ۵۱$



ب) با توجه به نمودار ون، ۲۲ نفر فقط حساب بانک ملی دارند.
$$n(A) - n(A \cap B) = ۳۷ - ۱۵ = ۲۲$$

۱۱

الف) الگوی خطی نباید درجه ۲ باشد. بنابراین ضریب $n^۲$ باید صفر باشد.
$$a_n = ۳an^۲ + ۵n - ۶n^۲ + a \Rightarrow a_n = (۳a - ۶)n^۲ + ۵n + a$$
$$۳a - ۶ = ۰ \Rightarrow a = ۲$$

ب)
$$a = ۲ \Rightarrow a_n = ۵n + ۲$$

۱۲

الف)
$$r = \frac{a_۲}{a_۱} \Rightarrow r = \frac{-۶}{۳} = -۲$$

ب)
$$۳, -۶, ۱۲, -۲۴, ۴۸, \ldots \Rightarrow \begin{cases} x = ۱۲ \\ y = ۴۸ \end{cases}$$

ج)
$$a_n = a_۱ r^{n-۱} \Rightarrow a_n = ۳(-۲)^{n-۱}$$

۱۳

الف) A ریاضی و B را فیزیک در نظر می‌گیریم.
$$n(U) = ۴۱$$
$$n(A) = ۳۴$$
$$n(B) = ۲۱$$
$$n(A' \cap B') = ۶ \Rightarrow n(A \cup B)' = ۶ \Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - n(A \cup B)'$$
$$\Rightarrow n(A \cup B) = ۴۱ - ۶ = ۳۵$$

ب)
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$۳۵ = ۳۴ + ۲۱ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۲۰$$
$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = ۳۵ - ۲۰ = ۱۵$$

۱۴

الف) $A \cap B = [-۱, +\infty) \cap (-\infty, ۳] = [-۱, ۳]$

ب) $A - B = [-۱, +\infty) - (-\infty, ۳] = (۳, +\infty)$

ج) $A' = (-\infty, -۱)$

۱۵

$$-۷, -۷, -۵, -۱, \ldots \xrightarrow{\div ۲} a = \frac{۲}{۲} = ۱$$
$$۳a + b = a_۲ - a_۱ \Rightarrow ۳ + b = -۷ - (-۷) \Rightarrow b = -۳$$
$$a + b + c = a_۱ \Rightarrow ۱ - ۳ + c = -۷ \Rightarrow c = -۵$$

در نهایت جمله عمومی به صورت زیر است:
$$a_n = n^۲ - ۳n - ۵$$